46-14392

Inf. Tab. III.- 46 [redacted]

Digitized by Google

Biblioth. Collegii Lugd. SS. Trinitatis Soc. IESU Catal. Inscript. 1731.

NEO-STATICA

337529

AVCTORE

HIERONYMO SACCHERIO

E SOCIETATE IESV

In Ticinenſi Vniuerſitate

MATHESEOS PROFESSORE

EXCELLENTISSIMO

SENATUI

MEDIOLANENSI

DICATA.

BIBLIOTH. DE LA VILLE DE LYON

MEDIOLANI, MDCCVIII.

Ex Typographia Ioſephi Pandulfi Malateſtæ.

Superiorum permiſſu.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

Digitized by Google

EXCELLENTISSIMO
SENATUI
MEDIOLANENSI.

HIERONYMUS SACCHERIUS
è Soc. IESV
F.

VT primùm Veſtris ſuffragijs, imò Veſtrûm omnium acclamatione, PP. ampliſſimi, ad mathematicas diſciplinas in Ticinenſi Vniuerſitate explanandas, mihi meoque Ordini perhonorifico decreto, annis ab hinc nouem, delectus fui; nihil planè antiquius habui, quàm vt obſequium erga Vos meum, nouâ aliquâ luce in has tenebricoſas facultates illatâ, palàm oſtenderem; ſtudioſiſque matheſeos vtilem,

Digitized by Google

quantamcunq; poſſem, operam collocarem. Diu meditanti ſtetit tandem ante oculos imago quædam æquitatis, iuſtitiæq; Veſtræ, nimirum Statica; quæ numero, pondere, & menſurâ naturam in officio continet, & ſingula quæque librans, nutu veluti ſuo, vniuerſitatem corporum æquiſſimis legibus moderatur. Hanc itaque Naturæ Themidem (ſic enim appellare liceat) ampliſſimo Veſtro Ordini, cui legum tuendarum ſanctitas, publicæq; incolumitatis cuſtodia demandata eſt, nouo in lumine collocatam, obſequentiſſimus ſiſto: Eamq; ipſam felicitatem, quam indefeſſo labore ac ſtudio cæteris communem facitis; eandem, inquam, ipſam vobis ſingulis à ſummo rerum omnium moderatore, prorogatis, ad bonum publicum, in ſenium feliciſſimum annis plurimis, auguror, atq; oro.

AN-

ANTONIUS MILESIUS
E SOCIETATE IESV
In Prouincia Mediolanenſi Viſitator.

CUm Opuſculum, cui titulus, NEO-STATICA, à P. Hieronymo Saccherio noſtræ Societatis Sacerdote conſcriptum, aliquot eiuſdem Societatis Theologi recognouerint, & in lucem edi poſſe probauerint, de mandato P. N. Præpoſiti Generalis Michaëlis Angeli Tamburini, poteſtatem facimus, vt typis mandetur; Si iis, ad quos ſpectat, ita videbitur. Cuius rei gratiâ has literas manu noſtrâ ſubſcriptas, ſigilloque noſtro munitas damus. Genuæ 16. Iunij 1708.

ANTONIUS MILESIUS.

Locus † Sigilli.

Iuſſu

IVſu Reuerendiſſimi P. Magiſtri Thomæ Pij Teſtij Inquiſitoris Mediolani, Librum, cui titulus eſt: *Neo-ſtatica, Authore Adm. Reu. P. Hieronymo Saccherio Societatis Ieſu, in Vniuerſitate Ticinenſi Matheſeos Profeſſore*: perlegi, & expendi; nihilq; in eo inueni, quod aut bonis moribus obeſſe poſſit, aut Sacræ Doctrinæ repugnet. Immò egregium opus mihi viſum eſt, dignum Scriptoris ingenio, quod ad illuſtrandas, nouitate ac ſubtilitate Doctrinæ, mathematicas diſciplinas, publicam lucem mereatur; atque ita, quantùm ad me attinet, cenſeo, ac teſtor.

Ex Collegio S. Alexandri Cal. Iulij 1708.

D. Demetrius Supenſius Cler. Reg. Barnabita pro S. Inquiſit. Med. librorum Cenſor.

Stante præfatâ atteſtatione.

IMPRIMATVR.

Fr. Ioſeph Maria Reina Ord. Prædic. Sac. Theol. Magiſter, ac Commiſſarius S. Officij Mediolani.

Michaël de Conſtantinis Canonicus Theol. S. Nazarij pro Eminentiſſimo D. D. Card. Archinto Archiep.

Angelus Maria Maddius pro Excellentiſſimo Senatu.

PRÆ-

PRÆFATIO AVCTORIS

AD LECTOREM.

Paucis te alloquor, amice lector. Dum Neo-ſtaticam promiſſam legis; nolim, animum inducas, Operi noſtro pretium, atque ornamentum à ſpecioſo titulo quæſitum fuiſſe. Non ea mihi mens eſt: Nouam Staticam promitto: nouam Staticam dabo. Neq; enim de more contemplabimur grauia, tanquam infinitè diſſita à centro; ſed qualia apud nos ſunt, ad vnum commune centrum vergentia, ſub directionibus haudquaquam parallelis. Contemplationi eiuſmodi occaſionem præbuit libellus de naturâ grauium, à P. Thoma Ceua in lucem editus: ſuper quo plura opportuniùs leges noſtri libri quarti initio. Multùm etiam incitauit Illuſtriſſimus D. Marchio Pius Belliſomus Patricius Ticinenſis, Vir mihi familiari conſuetudine in primis deuinctus, interq; præclaras animi dotes, mathematicis diſciplinis haud leuiter inſtructus. Soluendum ego illi, ad exercitationem ingenij, problema tradideram: Qualem putaret veram lineam à proiectis deſcribi, habito nimirum reſpectu, in ſucceſſiuâ nouorum deorſum impetuum conceptione, ad aliquod centrum, verſùs quod naturales ipſi impetus concipi intelli-

gantur.

gantur. Ille autem, rei difficultate facilè perſpectâ, eidem problemati ſoluendo, repetitis perſuaſionibus, me tandem vel inuitum applicuit. Nec ſtudium caruit ſucceſſu: problema equidem ſolui; ſed à primis vſq: principijs per longam indaginem deducenda res fuit. Ne te diutius morer: ante ſingulos libros epilogum habes infrà dicendorum. Non diſplicebunt, opinor, quæ leges: pergratum tamen facies, ſi quid tibi minùs placuiſſe intellexero. *Vale.*

NEO-

NEO-STATICÆ
LIBER PRIMUS.

SYNOPSIS.

DEcernit hic liber, primùm quidem ratiocinio ſatis conſueto, tum rurſum ſubtiliori, nouáque planè diſquiſitione, directionem impetus ex duobus, aut pluribus compoſiti: eius rationem oſtendit ad impetus componentes; atque item rationem impetus ſecundùm naturalem ipſius directionem ad impetum ex eo ſubnaſcentem ſecundùm aliam directionem. Porrò autem occaſione arreptâ demonſtratur æqualitas anguli incidentiæ cum angulo reflexionis. Ac tandem, in duplici ibi explicatâ hypotheſi, traduntur aliquot ſcitu digniora de momentis grauium ex quiete.

DEFINITIONES.

1 VElocitas eſt affectio motus, ſecundùm quam tanto tempore tanta longitudo percurri intelligitur.

2 Æqualis velocitas eſt, quâ æqualis longitudo æquali tempore percurritur.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

3 Una velocitas alterius velocitatis dupla, aut tripla dicitur, quâ, æquali tempore, ſeu dupla, ſeu tripla longitudo percurritur. Atque ita ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem.

4 Momentum dicitur à mouendo: eſtque vis ipſa motrix, quatenus hîc & nunc omnibus inſpectis apta eſt tantum pondus tantâ velocitate mouere.

5 Æquale momentum eſt, quod æquali velocitate æquali mouendo ponderi conducit.

6 Vnum momentum alterius momenti duplum, aut triplum dicitur; quod duplo, aut triplo ponderi, æquali velocitate; ſeu duplâ, aut triplâ velocitate æquali ponderi mouendo conducit. Atque ita ſimiliter ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem.

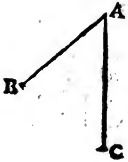
7 Ponderis nomine venit materia, ſeu corpus, quatenus præditum naturali ſuâ grauitate, quæ eſt vis motrix deorſum, ſiue ad centrum terræ. Nihilominus conſiderandum hîc eſt ſub eo nomine ſolum corpus præcisè ſumptum ab omni vi motrice; licèt ipſam eius magnitudinem ex grauitate, ſeu ponderandi, hoc eſt deorſum tendendi vi metiamur: quapropter, ſeu grauis, ſeu ponderis nomine, ipſum corpus cenſemus, ac definimus.

8 Æquabiliter percurri dicitur ab aliquo mobili aliquod ſpatium, cùm æquali ſemper velocitate per illud fertur.

9 Impetum nunc ſynonimè accipimus pro ipſâ velocitate, nunc pro radice proximâ eiuſdem, ſed diuerſimodè ac momentum. Nam momentum maius eſt, non ſolùm quod æquale pondus maiori velocitate, ſed etiam, quod æquali velocitate maius pondus poteſt mouere. Contrà impetus, etiam acceptus pro radice proximâ velocitatis, ille ſolus dicitur maior, qui maiorem velocitatem aptus eſt excitare in eo pondere, quod afficit, nulla habita ratione magnitudinis ipſius ponderis. Quare, ſi duo pondera æquè velociter moueantur, & vnum ſit alterius duplum; dicetur ineſſe ponderi maiori momentum duplum momenti alterius, ſed impetus æqualis.

10 Si ponderi *a* obtinenti impetum, cuius naturalis directio

ſit



ſit quædam *a c*, ſolus relictus ſit liber motus ſecundùm quandam *a b*: impetus ille ſecundùm *a c* dicetur impetus primigenius ſecundùm *a c*, ſiue ſecundùm primariam, aut primigeniam directionem *a c*, ſiue primariæ directionis *a c*: impetus verò ſecundùm *a b* dicetur impetus coactus, aut ſubnaſcens ſecundùm *a b*, quatenus nimirùm ſubnaſci intelligitur ex illo impetu primigenio ſecundùm *a c*.

11 Porrò autem directio alicuius impetus, ſeu ponderis aliquo impetu citati, dicitur naturalis, cùm via aliqua ſponte initur ab ipſo pondere, ex vi talis vnius, aut plurium ſimul impetuum, diuerſas habentium directiones. At nomen impetus primigenij concedimus illi ſoli, qui ab ipſa origine ſit ſimplex, ſeu non compoſitus ex alijs impetibus, diuerſas habentibus directiones. Qualiter verò ſe habeat iſta impetuum compoſitio ſuo in loco conſtabit.

12 Denique impetus ſecundùm *a c* in eo differt ab impetu dicto ſecundùm *c a*; quòd mobile ex vi prioris impetus deſcribit rectam *a c* versùs partes puncti *c* in infinitum protractam; at ex vi poſterioris deſcribit ipſam *c a* versùs partes puncti *a* in infinitum protractam. Rurſum verò, ſi dicamus impetum *a c* ſecundùm *a c*, & impetum *a b* ſecundùm *a b*, ſenſus erit, quòd impetus ſecundùm prædictas directiones ſunt inter ſe, vt ipſæ *a c*, *a b*.

AXIOMATA.

1 STante æquali velocitate, æqualis longitudo æquali tempore percurritur, maiori tempore maior, minori minor. Rurſum duplo, aut triplo tempore, dupla, aut tripla longitudo percurritur. Atque ita ſimiliter ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem.

2 Stante æquali tempore, æqualis longitudo æquali velocitate percurritur, maiori velocitate maior, minori minor. Rurſum duplâ, aut triplâ velocitate, dupla, aut tripla longitudo percurritur. Atq; ita ſimiliter ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem.

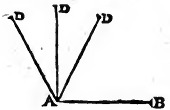
Congruit cum definitionibus ſecundâ, & tertiâ huius.

3 Stante æqualitate ponderum, æquale momentum æquali velocitate mouet, maius momentum maiori, minus minori. Rurſum duplùm, aut triplum momentum duplâ, aut triplâ velocitate mouet. Atque ita ſimiliter ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem. Congruit cum definitionibus quintâ, & ſextâ huius.

4 Stante æquali velocitate, ab æquali momento æquale pondus mouetur, à maiori momento maius pondus, à minori minus. Rurſum à duplo, aut triplo momento, duplum, aut triplum pondus mouetur. Atque ita ſimiliter ſecundùm quamlibet aliam multiplicationem. Hoc etiam congruit cum definitionibus quintâ, & ſextâ huius.

5 Ab eodem, aut æquali, idem, ſiue æquale, ſimiliter conſequitur, dum cætera omnia ſimiliter æqualia ſint. Ex ipſo vſu innoteſcet ſenſus, atque euidentia huius axiomatis.

POSTVLATVM.



SI quoddam pondus *a* citatum intelligatur impetu ſecundùm *a b*, dum interim ipſum planum *a b* mouetur ſibi ipſi parallelum, deſcribente puncto *a* rectam quandam *a d*: poſtulamus nullam in pondere *a* ſequi variationem motus ſecundùm ipſum planum *a b*: adeòut nimirùm pondus *a* æquali tempore perficere intelligatur ipſam *a b*, & quamlibet eius deſignabilem portionem; ſeu planum *a b* conſiſtere in ſuo ſitu ponatur; ſiue quacunque ratione moueri ſibi ipſi parallelum, deſcribente puncto *a* rectam quamcunque *a d*. Id manifeſtè apparet, etiam ad ſenſum, in naui horizontaliter delatâ quieto mari, in qua motus omnes, qui fiunt, ita ſe habent reſpectu nauis, perinde ac ſi illa quieſceret. Poſtulatum huiuſmodi receptum iam eſt apud alios mathematicos. Super eo tamen leges ſcholium poſt decimam tertiam huius.

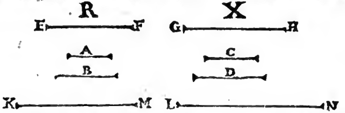
PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO PRIMA.

SI ex duabus homogeneis quantitatibus, duæ aliæ eiuſdem, aut diuerſi generis homogeneæ quantitates, eâ lege conſequi intelligantur; vt, ſi prima minor fuerit, aut æqualis, aut maior, aut quacunq; ratione multiplex ſecundæ; etiam tertia, conſequens ex primâ, minor ſit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex quartæ, conſequentis ex ſecundâ: Dico, ita fore quamlibet quantitatem aſſumptam pro primâ ad quamlibet quantitatem aſſumptam pro ſecundâ, vt tertia conſequens ex primâ ad quartam conſequentem ex ſecundâ.

SIt enim primarum quantitatum genus *R*, & ſecundarum genus *X*. Aſſumptæ ſint in genere *R* duæ quælibet quantitates *a* & *b*;



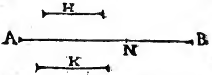
& in genere *X* duæ aliæ; *c* quidem conſequens ex *a*; *d* verò conſequens ex *b*. Dico ita eſſe *a* ad *b*, vt *c* ad *d*. Sumatur in genere *R*, ipſius *a* quæcunque multiplex *ef*. Conſequetur ex *ef*, iuxta factam hypotheſim, quædam *gh* in genere *X*, quæ ita erit multiplex ipſius *c* conſequentis ex *a*, vt *ef* eſt multiplex prædictæ *a*. Pari ratione, ſi in eodem genere *R* ſumatur ipſius *b* quæcunque multiplex *km*; conſequetur ex *km* quædam *ln* in genere *X*, quæ ita multiplex erit ipſius *d* conſequentis ex *b*, vt *km* eſt multiplex prædictæ *b*. Quare *ef*, *gh* æquè multiplices erunt primæ *a*, & tertiæ *c*: atque item *km*, *ln* æquè multiplices erunt ſecundæ *b*, & quartæ *d*. Quoniam verò *ef*, & *km* in genere *R* conſiſtunt; ipſæ autem *gh*, & *ln* ex illis conſequuntur in genere *X*: ita enimverò iuxta factam hypotheſim res procedet;

vt,

vt, ſi prima *ef* minor fuerit, aut æqualis, aut maior ſecundâ *km*, etiam tertia *gh* minor ſit, aut æqualis, aut maior quartâ *ln*. Sumuntur autem *ef*, & *gh* pro quibuslibet æquè multiplicibus primæ *a*; & tertiæ *c*; atque item *km*, & *ln* pro quibuslibet æquè multiplicibus ſecundæ *b*, & quartæ *d*. Igitur ita (a) erit prima *a* ad ſecundam *b*, vt tertia *c* ad quartam *d*. Quare, ſi ex duabus homogeneis quantitatibus, duæ aliæ eiuſdem, aut diuerſi generis homogeneæ quantitates, eâ lege conſequi intelligantur; vt, ſi prima minor fuerit, aut æqualis, aut maior, aut quacunque ratione multiplex ſecundæ, etiam tertia conſequens ex primâ minor ſit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex quartæ conſequentis ex ſecundâ: ita erit quælibet quantitas aſſumpta pro primâ ad quamlibet aſſumptam pro ſecundâ, vt tertia conſequens ex primâ ad quartam conſequentem ex ſecundâ. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO SECVNDA.

Si aliquod mobile æquabiliter feratur, tempora lationum per duo quæuis ſpatia deſignata, erunt inter ſe vt ipſa ſpatia percurſa.



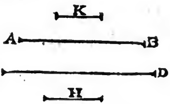
Mobile *a* percurrat æquabiliter rectam *ab*, in quâ deſignetur quælibet portio *an*. Dico ita eſſe tempus per *an* ad tempus per *ab*, vt *an* ad *ab*. Tempus per *an* ſit *b*, & per *ab* ſit *k*. Quoniam igitur, ſi tempus *b* minus fuerit, aut æquale, aut maius, aut qualitercunque multiplex temporis *k*; etiam *an* percurſa tempore *b* minor (b) erit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex ipſius *ab* percurſæ tempore *k*; ita erit, per præcedentem, tempus *b* ad tempus *k*, ſiue tempus per *an* ad tempus per *ab*, vt *an* ad *ab*. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

(a) *def. 6. quinti.* (b) *ax. 1. huius.*

PROPOSITIO TERTIA.

Si duo ſpatia æquali tempore æquabiliter percurrantur, ea erunt inter ſe in homologâ ratione velocitatum. Hinc è conuerſo tempus erit æquale tempori, ſi ſpatia percurſa, & velocitates in eadem fuerint ratione.



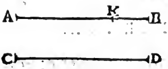
Mobile *a* percurrat æquabiliter rectam *a b*, atque item mobile *c* æquali tempore rectam *c d*. Dico ita eſſe velocitatem mobilis *a* ad velocitatem mobilis *c*, vt *a b* ad *c d*. Velocitas mobilis *a* ſit *k*, & velocitas mobilis *c* ſit *h*. Quoniam igitur, ſi velocitas *k* minor fuerit, aut æqualis, aut maior, aut quacunque ratione multiplex velocitatis *h*; etiam recta *a b* dato tempore velocitate *k* percurſa, minor (a) erit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex ipſius *c d* æquali tempore velocitate *h* percurſæ: Ita erit, per primam huius, velocitas *k* ad velocitatem *h*, hoc eſt velocitas mobilis *a* ad velocitatem mobilis *c*, vt *a b* ad *c d*. Porrò autem facilè patet veritas ſecundæ partis, quæ eſt conuertens primæ. Itaque conſtant propoſita.

PROPOSITIO QVARTA.

Si duo æqualia ſpatia æquabiliter percurrantur, tempora lationum erunt inter ſe in reciprocâ ratione velocitatum.

Mobile *a* percurrat æquabiliter rectam *a b*, & mobile *c* rectam *c d* ipſi *a b* æqualem. Dico ita eſſe tempus per *c d* ad tempus per *a b*, vt reciprocè velocitas mobilis *a* ad velocita-

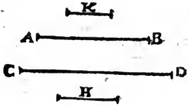
(a) *ax. 2. huius.*



citatem mobilis *c*. Percurrat enim mobile *a* rectam *a k* æquali ipſo tempore, quo mobile *c* percurrit rectam *c d*. Ita ſe habebit tempus per *c d*, ſeu per *a k*, ad tempus (a) per *a b*, vt *a k* ad *a b*. Vt autem *a k* ad *a b*, ſeu *c d* ipſi æqualem, ita velocitas (b) mobilis *a* ad velocitatem mobilis *c*. Itaque tempus per *c d* ad tempus per *a b* ita ſe habet, vt reciprocè velocitas mobilis *a* ad velocitatem mobilis *c*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO QVINTA.

Ponderum æqualium momenta ſunt inter ſe in homologâ ratione velocitatum.



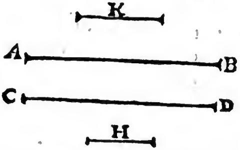
Pondus *a* velocitatem habeat *a b*; & pondus *c*, ipſi *a* æquale, velocitatem *c d*. Dico ita eſſe momentum ponderis *a* ad momentum ponderis *c*, vt *a b* ad *c d*. Momentum ponderis *a* ſit *k*, & momentum ponderis *c* ſit *h*. Quoniam igitur, ſi momentum *k* minus fuerit, aut æquale, aut maius, aut quacunque ratione multiplex momenti *h*; etiam velocitas (c) ponderis *a*, eo momento *k* inſtructi, minor erit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex velocitatis ponderis *c* (ipſi *a* æqualis) momento *h* inſtructi: Ita erit (d) momentum *k* ad momentum *h*, ſiue momentum ponderis *a* ad momentum ponderis *c* ipſi *a* æqualis, vt velocitas ponderis *a* ad velocitatem ipſius ponderis *c*, nimirum vt *a b* ad *c d*. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

(a) 2. *huius*. (b) 3. *huius*. (c) *ax*. 3. *huius*. (d) 1. *huius*.

PROPOSITIO SEXTA.

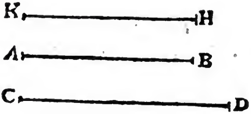
Si duo pondera æquali velocitate ſerantur, eorum momenta erunt inter ſe in homologâ ratione ipſorum ponderum.



Pondera *a* & *c* æquales ſortiantur velocitates *a b*, *c d*. Dico ita eſſe momentum ponderis *a* ad momentum ponderis *c*, vt ipſum pondus *a* ad pondus *c*. Momentum ponderis *a* ſit *k*, & momentum ponderis *c* ſit *h*. Quoniam igitur, ſi momentum *k* minus fuerit, aut æquale, aut maius, aut quacunque ratione multiplex momenti *h*; etiam pondus *a* minus erit, aut æquale, aut maius, aut ſimiliter (a) multiplex ponderis *c*; cùm in iſtis ponderibus æqualem procreent velocitatem prædicta momenta. Ita erit (b) momentum *k* ad momentum *h*, hoc eſt momentum ponderis *a* ad momentum ponderis *c*, vt ipſum pondus *a* ad pondus *c*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO SEPTIMA.

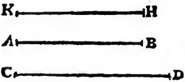
Ratio momenti ad momentum componitur ex homologis rationibus ponderis ad pondus, & velocitatis ad velocitatem.



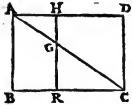
Pondus *a* velocitatem habeat *a b*, & pondus *c* velocitatem *c d*. Sumatur aliud pondus *k* æquale ponderi *c*, velocitatem autem habens *k h* æqualem velocitati *a b* ponderis *a*. Iam ſic. Ratio momenti ponderis *a* ad momentum ponderis *c* componitur ex ratio-

(a) *ax.* 4. *huius.* (b) 1. *huius.*

nibus momenti ponderis *a* ad momentum ponderis *k*, & momenti ponderis *k* ad momentum ponderis *c*. At momentum ponderis *a* ita ſe habet ad momentum (a) ponderis *k* æquali velocitatè præditi, vt ipſum pondus *a* ad pondus *k*, ſiue ad pondus *c* ipſi *k* æquale: momentum autem ponderis *k* ita ſe habet ad momentum (b) ponderis *c* ipſi *k* æqualis, vt velocitas ipſius ponderis *k*, ſeu velocitas ponderis *a*, ad velocitatem ponderis *c*. Igitur ratio momenti ponderis *a* ad momentum ponderis *c*, componitur ex homologis rationibus ponderis *a* ad pondus *c*, & velocitatis ipſius ponderis *a* ad velocitatem ponderis *c*. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO OCTAVA.



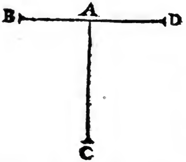
SI aliquod mobile a *conſtitutum in angulo cuiusuis parallelogrammi* a b c d, *duplici impetu citatum intelligatur, vno ſecundùm* a b, *& altero ſecundùm* a d, *qui ita ſint inter ſe, vt ipſa latera* ab, ad: *dico ex duplici illo impetu componi impetum, cuius directio naturalis eſt diameter* a c, *quique ita eſt ad impetus ſecundùm latera* a b, a d, *vt ipſa diameter* a c *ad latera* a b, a d.

SI enim latus *a b*, eo impetu ſecundùm *a d*, aut *b c*, procedere intelligatur ſibi ipſi parallelum versùs *d c* intra latera *a d*, *b c*, dum interim pondus *a* ex alio impetu ſecundùm *a b* progreditur per ipſum latus *a b*; nulla vtique ſequetur variatio in motu ponderis *a* (c) ſecundùm *a b*, ſeu per ipſum latus *a b*. Quare ſortietur hac ratione pondus *a* duplicem illum impetum ſub

(a) *6. huius*. (b) *5. huius*. (c) *Poſtulatum huius*.

ſub prædictis directionibus *a d*, *a b*. Dum verò latus *a b* progreſſum fuerit vſque ad congruendum cuidam *b r*, ipſi *a b* parallelæ, & intra latera *a d*, *b c* conſiſtenti; eoque ipſo tempore pondus *a* latione ſua per *a b* peruenerit in quoddam punctum *g*: Ita (a) erit *a b* ad *b g*, vt impetus directionis *a d* ad impetum directionis *a b*, ſiue vt *a d* ad *a b*, hoc eſt *d c*. Igitur punctum *g* eſt in diametro *a c*, ac proinde directio impetus compoſiti eſt diameter *a c*. Rurſum pondus *a*, ex vi impetus compoſiti, eo ipſo tempore conficit rectam *a g*, quo, ex vtroque impetu ſeorſim ſumpto, permeantur ipſæ *a b*, *b g*. Quare ita (b) eſt impetus compoſitus ſecundùm diametrum *a c* ad impetus ſecundùm latera *a d*, *a b*, vt *a g* ad *a b*, *b g*, ſiue vt diameter *a c* ad latera *a d*, *d c*, hoc eſt *a d*, *a b*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO NONA.



SI quoddam pondus a *conſtitutum ſupra planum* b a d *citatum intelligatur à vi directionis* a c, *quæ perpendicularis ſit ad ipſam* b a d: *eiuſdem autem motui, ſeu directo ex* a *verſus* c, *ſeu reflexo ex* a *verſus partes directè oppoſitas, reſiſtat ex vna parte planum ipſum immobile* b a d, *& ex altera alterum planum, & ipſum immobile, ponderi* a *ſuperpoſitum, adeò ut nimirum ſolus illi relinquatur motus liber ſupra planum* b a d. *Dico pondus* a *manſurum quietum in ſuâ poſitione.*

NAm vis directionis *a c* perpendicularis ad ipſam *b a d*, æqualiter omnino ſe habet ad procreandum impetum, ſeu versùs partes puncti *d*, ſeu versùs partes puncti *b*: igitur ſi concipias impetum quendam ſubnaſci ex ea vi directionis *a c* versùs partes puncti *d*, æqualem omnino (c) impetum intelligere debes ſubna-

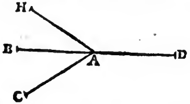
(a) 3. *huius*. (b) 3. *huius*. (c) *ax.* 5. *huius*.

ſci verſùs partes puncti *b*. Inde autem fiet, vt vnus impetus alterum adæquatè elidat: & ſic pondus *a* quietum manebit in ſua poſitione. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO DECIMA.

Sin verò, cæteris alijs manentibus, recta c a *obtuſum angulum efficiat* c a d*: Dico pondus* a *motum iri verſùs partes puncti* b*, nimirum ad partes anguli acuti* c a b.

Niſi enim moueatur verſùs partes puncti *b*; vel mouebitur verſùs partes puncti *d*; vel quietum manebit in ſua poſitio-



ne: horum autem neutrum contingere poſſe, ſic euincitur. Eſto angulus *b a b* æqualis angulo *c a b*: intelligaturque pondus *a* citari ad motum ab alia inſuper vi omnino æquali, directionis *a b*. Si pondus *a* quietum manere intelligatur in ſua poſitione, quantùm eſt ex præciſâ vi directionis *a c*; tum cenſeri debet manſurum ibi quietum, quantùm eſt ex præciſâ vi (a) omnino æquali, & omnino æqualiter, ſeu ſimiliter applicatâ, directionis *a b*; tum etiam cenſendum eſt manſurum ibi quietum, quantùm eſt ex vtraque illâ vi ſimul ſumptâ, quoniam vtraque illarum virium aliunde adæquatè eliſa intelligitur, vtpote impotens ad creandum vllum motum. Pari ratione, ſi pondus *a* motum iri intelligatur verſùs partes puncti *d*, quantùm eſt ex præciſâ vi directionis *a c*, multò magis mouebitur verſùs eaſdem partes puncti *d*, accedente ipſi alterâ vi omnino æquali, & omnino æquali-

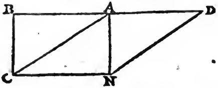
(a) *ax. 5. huius.*

æqualiter, ſeu ſimiliter applicatâ, directionis *a b*. Conſtat autem, quòd pondus *a* ex duplici illâ vi ſimul ſumptâ mouebitur (a) versùs partes puncti *b*: igitur etiam ab vnâ tantùm vi citatum directionis *a c*, nec quietum manebit in ſua poſitione, nec mouebitur versùs partes puncti *d*, ſed mouebitur versùs partes puncti *b*, nimirum ad partes anguli acuti *c a b*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VNDECIMA.

Iiſdem manentibus: Ex quouis puncto b *ipſius* a b *excitetur ad* a b *perpendicularis* b c. *Dico ita eſſe impetum ſubnaſcentem directionis* a b *ad impetum primariæ directionis* a c, *vt* a b *ad* a c.

INtelligatur enim pondus *a*, præter vim prædictam ſecundùm *a c*, citari etiam ab altera vi ſecundùm *a d*, quæ ita ſit ad

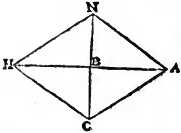


vim ſecundùm *a c*, vt *a d*, ſiue *a b* ipſi æqualis, ad *a c*. Compleatur parallelogrammum *c a d n*, & iungatur *a n*. Pondus *a* obtinebit vim (b) naturalis directionis *a n*. Erit autem *a n*, propter parallelas, perpendicularis ad ipſam *b a d*. Quapropter, relictâ ponderi *a* libertate ſolius motus ſupra planum immobile *b a d*, manebit pondus *a* quietum in ſua poſitione. Igitur impetus ſecundùm *a b*, qui ſubnaſci intelligitur ex vi primariæ directionis *a c*, æqualis eſſe debet impetui ſecundùm *a d*, qui nimirum affertur ab alterâ vi motrice directionis *a d*. Quare ita erit prædictus impetus ſecundùm *a b* ad impetum primariæ directionis *a c*, vt impetus, ſeu vis motrix ſecundùm *a d*, ad eundem

(a) 8. *huius*. (b) 8. *huius*.

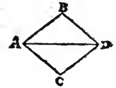
dem impetum, ſeu vim motricem ſecundùm *a c*, nimirum vt *a d*, aut *a b*, ad *a c*. Quod erat demonſtrandum.

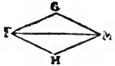
ALITER IDEM.



CItatum enim intelligatur pondus *a*, alio æquali impetu *a n* ſecundùm ipſam *a n*, facientem cum *a b* angulum æqualem ipſi *c a b*. Compleatur parallelogrammum *a c h n*, cuius diametri *a h*, *c n* ſe inuicem interſecabunt ad rectos angulos in *b*. Conſtat, quòd pondus *a*, duplici prædicto æquali impetu citatum, ſortietur naturalem impetum ſecundùm diametrum *a b*, qui ita (a) erit ad impetus ſecundùm latera *a c*, *a n*, vt diameter *a b* ad ipſa latera *a c*, *a n*. Rurſum, dimidia pars impetus ſecundùm diametrum *ab* ſubnaſci intelligetur (b) ex impetu ſecundùm *a n*, & altera dimidia ex impetu ſecundùm *a c*. Quare impetus ſecundùm *a c* ita erit ad impetum ex eo ſubnaſcentem ſecundùm *ab*, vt ipſa *a c* ad dimidiam partem ipſius *a b*, nimirum vt hypotheuſa *a c* ad latus *a b* trianguli *a b c*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO DVODECIMA.





S*I pondera* a, *&* f *æqualibus impetibus cieantur* ab, ac, fg, fh, *ſecundùm ipſas primarias directiones* ab, ac, fg, fh; *ſitq; angulus* g f h *minor angulo* b a c. *Dico motum compoſitum ponderis* f *velociorem fore motu compoſito ponderis* a.

Com-

(a) 8. *huius*. (b) *ax. 5. huius.*

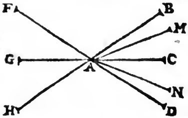
COmpleantur parallelogramma, *bacd*, *gfbm*. Conſtat ex elementis, diametrum *fm* maiorem fore diametro *ad*. Porrò impetus compoſitus ſecundùm *fm* ita (a) eſt ad impetum ſecundùm primariam directionem *fg*, vt *fm* ad *fg*. Rurſum etiam, propter æqualitatem impetuum & rectarum, ita eſt impetus ſecundùm primariam directionem *fg* ad impetum ſecundùm primariam directionem *ab*, vt *fg* ad *ab*: ac tandem ita eſt impetus ſecundùm primariam directionem *ab* ad impetum (b) compoſitum ſecundùm *ad*, vt *ab* ad *ad*. Igitur ex æquo, ita erit impetus compoſitus ſecundùm *fm* ad impetum compoſitum ſecundùm *ad*, vt *fm* maior ad *ad* minorem. Quare motus compoſitus ponderis *f* velocior erit motu compoſito ponderis *a*. Quod erat demonſtrandum.

SVPPOSITIO PRO SEQVENTI THEOREMATE.

SVpponimus æqualis eſſe velocitatis motum reflexum, ac motum directum; quoniam eadem eſt prorsùs vis reflexiua alicuius ponderis, atque eiuſdem directè motrix.

PROPOSITIO DECIMATERTIA.

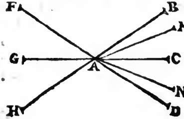
Angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.



POndus *a* citatum intelligatur impetu ſecundùm *fad*: reſiſtat autem eius motui directo planum conſiſtens *gac*. Conſtitutus ſit etiam ad eaſdem partes angulus *bac*, æqualis ipſi *fag*. Dico pondus *a* reflexum iri ex puncto *a* ſecundùm directionem *ab*. Citatum enim intelligatur idem pondus alio æquali impetu ſe-

(a) 8. *huius*. (b) 8. *huius*.

ſecundùm *b a b* : & rurſum intelligatur reſiſtere eius motui directo planum conſiſtens *g a c* : Dico pondus *a* reflexum itidem iri ex puncto *a* (quantùm eſt ex vi poſterioris huius impetus) ſecundùm directionem *a d*. Conſtat autem æquales inter ſe fore quatuor angulos *f a g*, *b a c*, *b a g*, *d a c*. Iam verò, ex impetibus directis ſecundùm *f a d*, & *b a b* conſequi intelligantur impetus reflexi ſecundùm quaſdam reſpectiuas directiones *a m*, & *a n*. Æquales vtique inter ſe erunt (a) anguli *m a c*, *n a c*; cùm vtrobiq; ponatur æqualis impetus directus, & vtrobique æqualis inclinatio ad planum *g a c*. Rurſum etiam æquales inter ſe erunt impetus ipſi reflexi ſecundùm *a m*, & *a n*; cùm ſupponantur æquales (b) impetibus directis ſecundùm *a d*, & *a b*. Quare, ſeu ſoli ſpectentur prædicti impetus directi ſecundùm *a d*, & *a b*, ſeu ſpectentur ſoli impetus reflexi ſecundùm *a m*, & *a n*; motus tamen compoſitus erit (c) ſecundùm eandem *a c*. Rurſum etiam erit æquè velox. Quoniam enim velocitas ponderis *a* ſecundùm *a c*, eſt abſolutè determinata ex vi impetuum directorum ſecundùm *a d*, & *a b*; inuariata vtique manebit, etiamſi, loco impetuum directorum, conſiderentur impetus ex ijs apti exurgere per reflexionem ſecundùm *a m*, & *a n*. Nequit autem, per præcedentem, eſſe æquè velox motus compoſitus ponderis *a* ſecundùm *a c*, in vtrâq; prædictâ conſideratione, niſi rectæ *a m*, *a n* congruant cum ipſis *a b*, *a d*, atque adeò efficiant cum *a c* angulos reflexionis æquales ipſis angulis incidentiæ *f a g*, *b a g*. Igitur ita dicendum. Quod erat propoſitum.

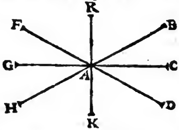


AD-

(a) *ax. 5. huius*. (b) *ſuppoſ. præc.* (c) 8. *huius*.

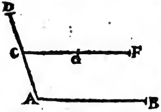
ADNOTATIO.

QVòd ſi, coëuntibus prædictis directis impetibus in eum compoſitum, qui eſt ſecundùm *g a c*, planum quoddam conſiſtens *k a r*, ad quod perpendicularis ſit ipſa *g c*, reſiſtat motui per *a c*: Tunc enimverò reflectetur pondus *a* ſecundùm *a g*, in directum poſitam ipſi *a c*, & perpendicularem prædictæ *k r*; quia nihil eſt, cur motus reflexus conuergere magis debeat ſeu versùs partes puncti *r*, ſeu versùs partes puncti *k*, æqualiter nempe in vtranque partem ſe habente vi directè motrice. Inde autem, vt in præcedente propoſitione, ſimili planè ratiocinio fiet, vt impetus directus ſecundùm *f a*, ſeorsùm conſideratus, tranſire debeat in reflexum ſecundùm *a b*; ac viciſſim impetus directus ſecundùm *b a* in reflexum ſecundùm *a f*, exiſtentibus vtique æqualibus angulis incidentiæ, ac reflexionis, *f a r*, *b a k*.

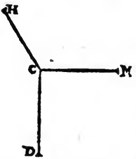


SCHOLIVM.

QVoniam tota operis huius noſtri doctrina inniti debet præmiſſis propoſitionibus, octauæ, & vndecimæ, quas vtique, iacti poſtulati beneficio, demonſtrauimus: operæ pretium iudico eidem poſtulato confirmando diligentiùs inſiſtere. Itaque poſtulauimus, quòd pondus *a* citatum impetu ſecundùm *a b*, æquali tempore perficere intelligatur ipſam *a b*, & quamlibet eius deſignabilem portionem, ſeu planum *a b* conſiſtere in ſuo ſitu ponatur, ſeu quacunque ratione moueri ſibi ipſi parallelum, deſcribente puncto *a* quamcunque rectam *a d*. Quoniam enim pondus *a* ali-



aliquem adhuc impetum obtinet (facili ſiquidem experientiâ comprobari id poteſt) præter illum, quo trahitur à plano *a b*: Dum planum ipſum *a b* peruénit ad congruendum cuidam *c f*, peruenerit pondus *a* in quoddam punctum *g* ipſius *c f*. Iam verò, ſi prior ille impetus ſecundùm *a b* intelligitur inibi habere naturalem ſuam directionem ſecundùm planum parallelum ipſi *a b*, conſtat vtique de veritate poſtulati. Quoniam enim impetus plani *a b* impenditur totus in pertrahendo pondere *a* ſecundùm ipſam *a d*; idem planè impetus ſecundùm *a b*, aut *c f* manebit in pondere *a*, dum aliàs conſtet retineri ab eo impetu, præcisè vtique ſumpto, naturalem ſuam directionem priori *a b* parallelam. Porrò autem conſtare ſatis de hoc poteſt: quoniam, ſublatâ directione parallelâ, non eſt maior ratio de vnâ directione, quàm de aliâ. At vereberis ne fortè aliquod punctum primigeniæ directionis *a b* (ſiue hoc ſit ſemper idem, ſiue multiplex) trahat ad ſe illius impetus conuergentiam. Nullâ tamen ratione ſuſtineri id poſſe, ita ſuadetur. Si enim conuergentia eiuſmodi locum poteſt aliquando habere, id erit maximè in impetu naturali grauium versùs centrum; quandoquidem iſte in ordine ad ipſum centrum



concipitur. Nihilominùs, ſi qnoddam graue *b* deſcendat per planum inclinatum *b c*; dum autem peruenerit in punctnm *c*, reperiat obſtaculum plani horizontalis *c m* (exiſtente nempe *d* centro communi grauium, & rectâ *d c* perpendiculari ad *c m*) non ideò tamen ſubſiſtet ibi illud graue, ſed vlteriùs progredietur ſupra ipſum planum *c m*. Subſiſtere autem ibi deberet, ſuppoſitâ eâ conuergentiâ. Nam impetus ſucceſſiuè acquiſiti à graui *b* in deſcenſu per planum *b c* versùs centrum *d*, retinerent ſemper naturalem ſuam conuergentiam versùs ipſum centrum *d*. Quare ibi in puncto *c* totus impetus grauis *b* haberet naturalem directionem versùs prædictum centrum *d*; atq; adeò moraretur (a) ibi quietum. Quod eſt contra manife-

(a) *9. huius.*

ſeſtam experientiam. Igitur ea conuergentia ſuſtineri non poteſt.

Quanquam verò ſufficere hæc poſſunt ad plenam præmiſſi poſtulati confirmationem; doctrinæ tamen gratiâ, aliam adhuc, eamque nouam viam placet inire. Itaque omiſſis tum illo poſtulato, tum etiam propoſitionibus eidem innixis, ad alia progredimur. Conſtat autem, non ſolùm priores ſeptem propoſitiones, ſed etiam nonam vſui eſſe poſſe in ſequentibus, cùm ab eo poſtulato nullatenus pendeant. Præmittimus nonnulla alia poſtulata, numero quidem plura, ſed ea tamen omnino certa, nulliqne dubitationi obnoxia.

POSTVLATA.

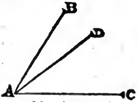
1 SI cuidam ponderi *a*, citato ſecundùm *a c*, ſolus relictus ſit liber motus ſupra planum immobile *b a d*, ſitque acutus angulus *c a b*: mouebitur pondus *a* versùs partes puncti *b*, nimirum ad partes anguli acuti *c a b*.



Demonſtratum eſt in propoſitione decima, beneficio illius prioris poſtulati. Nunc verò aſſumendum id eſt tanquam immediatè notum ex facillimâ, & vnicuique obuiâ experientiâ. Si enim conſideretur impetus naturalis ponderum deorſum; an non, ex impetu naturali deorſum ſecundùm *a c*, obtinebit pondus *a* in plano inclinato *a b* impetum aliquem versùs partes puncti *b*, nimirum ad partes anguli acuti *c a b*? Certè pondus *a* deſcendet per *a b*. Quòd ſi planum *b d* fuerit horizontale, concitesq; pondus *a* ad motum ſecundùm quandam *a c*, non perpendicularem ipſi *b d*; an non ſtatim obſeruabis ipſum excurrere versùs partes puncti *b*, nimirum ad partes prædicti anguli acuti *c a b*?

2 Impetus autem ſubnaſcens ſecundùm *a b* maior erit, dum, cæteris alijs paribus, angulus *c a b* acutior fuerit. Hæc etiam veritas eiſdem experientijs, alijsq; facilibus obſeruationibus, euidenter comprobatur.

3 Si aliquod pondus *a* citatum intelligatur duobus impetibus, rationem aliquam inter ſe dicentibus, quorum directiones

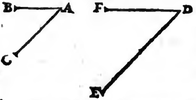


ab, *ac* angulum *bac* contineant: mouebitur naturaliter pondus *a* ſecundùm quandam directionem *ad*, quæ ſecet angulum *bac*. Hanc veritatem facili experimento comprobare ſibi vnusquiſque poteſt.

. 4 Tandem poſtulamus æquabilem ſemper fore motum ipſum compoſitum ſecundùm *ad*, quatenus nempe tanta eius velocitas ab ipſo vſque initio determinata intelligitur ex tantâ motuum componentium velocitate. Poſtulatum dico, quod re verâ cenſeri poſſet tanquam ſimplex hypotheſis, cohærens vtique alteri ſubintellectæ de motu futuro ſemper æquabili ſecundùm ipſas *ab*, *ac*, ex vi correſpondentium impetuum ſeorsùm acceptorum.

AXIOMA.

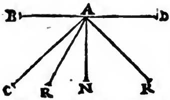
Si impetus ſecundùm naturalem directionem *ac* æqualis fuerit impetui ſecundùm naturalem directionem *de*; atque item an-



gulus acutus *cab* æqualis angulo *edf*: impetus ſubnaſcens ſecundùm *ab* æqualis erit impetui ſubnaſcenti ſecundùm *df*. Sin verò impetus ſecundùm naturalem directionem *ac* minor fuerit, aut maior, aut quacunque ratione multiplex alterius impetus ſecundùm naturalem directionem *de*; etiam impetus ſubnaſcens ſecundùm *ab* minor erit, aut maior, aut ſimiliter multiplex impetûs ſubnaſcentis ſecundùm *df*. Hoc axioma colligi poterit demonſtratiuè, ſi placeat, ex quinto axiomate ad initium huius.

Digitized by Google

PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

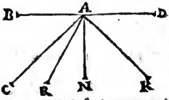


SI quoddam pondus a *citatum intelligatur duobus impetibus ſecundùm ipſas directiones* a c, a d, *obtuſum angulum* d a c *continentes; ſitque impetus ſecundùm* a d *æqualis illi adæquato, qui ex impetu ſecundùm* a c *ſubnaſci intelligitur ſecundùm* a b, *in directum poſitam ipſi* a d. *Dico primò, non adfuturum in pondere* a *vllum impetum viuum ſecundùm quamlibet directionem naturalem* a r, *facientem cum* a b *angulum minorem, aut maiorem recto. Dico ſecundò, adfuturum in pondere* a *impetum viuum ſecundùm quandam directionem naturalem* a n, *perpendicularem ipſi* a b.

DEmonſtratur prima pars. Nam, quantùm eſt ex vi impetus primigenij ſecundùm *a d*, & illius adæquati impetus ſubnaſcentis ſecundùm *a b*; perinde ſe habebit pondus *a*, ac ſi nullo impetu cieretur. Quare, ſi cenſeatur adeſſe in pondere *a* impetus quidam viuus ſecundùm quandam directionem naturalem *a r*, facientem cum *a b* angulum minorem, aut maiorem recto: ex eo vtique ſubnaſcetur (a) alius quidam impetus ſecundùm *a b*, aut ſecundùm *a d*, ſi relictus intelligatur ponderi *a* ſolus liber motus ſupra planum *b a d*. Debebitur autem hic alius impetus ſubnaſcens, ipſi impetui ſecundùm *a c*. Igitur impetus adæquatus, qui ex impetu ſecundùm *a c* ſubnaſci intelligitur ſecundùm *a b*, non eſt æqualis impetui primigenio ſecundùm *a d*. Si enim *a r* faciat cum *a b* angulum acutum; iam impetus adæquatus ſubnaſcens ſecundùm *a b* maior erit ipſo impetu primigenio ſecundùm *a d*. Sin verò *a r* faciat cum *a b* angulum obtuſum, atque adeò acutum cum ipſa *a b*; iam impetus ſubnaſcens ſecundùm *a d* ex illo viuo impetu ſecundùm naturalem directionem

nem

(a) *poſtul.* 1. *in ſchol. poſt* 13. *huius*.



nem *a r*, detrahendus erit ab impetu, qui ſubnaſci ponebatur ſecundùm *a b* ex primigenio impetu ſecundùm *a c*; atq; adeò impetus adæquatus, qui ex impetu ſecundùm *a c* ſubnaſci abſolutè intelligitur ſecundùm *a b*, minor erit ipſo impetu primigenio ſecundùm *a d*. Itaque (ſtante æqualitate inter impetum primigenium ſecundùm *a d*, & impetum adæquatum ſubnaſcentem ſecundùm *a b* ex impetu primigenio ſecundùm *a c*) competere nequit ipſi ponderi *a* vllus impetus viuus ſecundùm quamlibet directionem naturalem *a r*, facientem cum *a b* angulum minorem, aut maiorem recto. Quod erat priore loco demonſtrandum.

Iam demonſtratur ſecunda pars. Quòd enim impetus viuus ſecundùm *a n*, perpendicularem ipſi *a b*, obſtare nequeat factæ hypotheſi æqualitatis inter impetum primigenium ſecundùm *a d*, & prædictum ſubnaſcentem impetum ſecundùm *a b*, ſatis conſtare poteſt ex nonâ huius. Porrò autem aderit vtiq; in pondere *a* impetus quidam(a) viuus ſecundùm aliquam directionem naturalem, quæ fecet angulum *d a c*. Atqui oſtenſum iam eſt, directionem eiuſmodi nequire eſſe quamlibet *a r*, facientem cum *a b* angulum minorem, aut maiorem recto. Igitur reliquum eſt, vt adſit in pondere *a* impetus quidam viuus ſecundùm quandam directionem naturalem *a n*, perpendicularem ipſi *a b*. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

DEFINITIO.

IMpetum autem prædictum ſubnaſcentem ſecundùm *a n*, appellabimus complementum. Nam impetus primigenius ſecundùm *a c* intelligitur adæquatè reſolui in prædictos impetus ſubnaſcentes, vnum ſecundùm *a b*, & alterum ſecundùm *a n*, perpendicularem ipſi *a b*; adeò ut propterea vterq; horum impetuum ſubnaſcentium dici poſſit reliqui complementum.

PRO-

(a) *poſtul. 3. in ſchol. poſt 13. huius.*

PROPOSITIO DECIMAQVINTA.

Iam verò, manente figurâ præcedentis propoſitionis: ſi pondus a *citatum intelligatur duobus impetibus primigenijs ſecundùm* a b, *& ſecundùm* a n, *perpendicularem ipſi* a b; *qui vtique æquales ſint illis, quos, ſecundùm prædictas directiones, ſubnaſci poſſe intelligimus ex tanto quodam impetu primigenio ſecundùm* a c. *Dico adfuturum in pondere* a *æqualem omnino impetum compoſitum ſecundùm ipſam naturalem directionem* a c.

Qvoniam enim (ſtante hypotheſi præcedentis propoſitionis) ſolus adeſt in pondere *a* impetus quidam viuus ſecundùm naturalem directionem *a n*; perinde ſe habebit pondus *a*, ac ſi vnicus in eo adeſſet æqualis impetus primigenius ſecundùm eandem *a n*. Rurſum verò (reſpicimus adhuc ad hypotheſim præcedentis propoſitionis) perinde ſe habebit pondus *a*, ſi ab eo auferatur impetus primigenius ſecundùm *a d*, ac ſi aduenire ipſi intelligatur alius æqualis impetus primigenius ſecundùm *a b*, in directum poſitam ipſi *a d*. At in primo caſu, conſtat adfuturum in pondere *a* ſolum ipſum impetum primigenium ſecundùm *a c*. Igitur in ſecundo caſu aderit in pondere *a* æqualis impetus compoſitus ſecundùm eandem directionem naturalem *a c*. Porrò autem manifeſtum eſt, quòd ſecundus iſte caſus congruit omnino cum hypotheſi præſentis propoſitionis. Nam impetus ille primigenius ſecundùm *a b*, qui aduenire intelligitur ponderi *a*; æqualis ponitur impetui primigenio ſecundùm *a d*, qui vtique poſitus eſt æqualis impetui ſubnaſcenti ſecundùm *a b* ex præſuppoſito impetu primigenio ſecundùm *a c*. Itaque conſtat propoſitum.

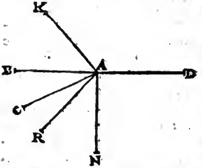
CO-

COROLLARIVM.

Hinc quilibet impetus ſecundùm naturalem directionem *a c*, quæ ſecet rectum angulum *n a b*, componi intelligetur ex duobus talibus impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a n*; quales nimirum, ſecundùm prædictas directiones, ſubnaſci poſſe concipiuntur ex ipſo tali impetu ſecundùm *a c*.

SCHOLIVM.

Sed obſeruare iuuat, non etiam valere è conuerſo, quòd omnis impetus reſolui poſſit in illos impetus, ex quibus poteſt componi. Si enim pondus *a* cieatur duobus primigenijs impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a r*, quæ acutum, aut obtuſum angulum *b a r* contineant; aderit vtique in pondere *a* impetus quidam compoſitus (a) ſecundùm quandam naturalem directionem *a c*, quæ ſecabit ipſum angulum *b a r*: ſed iſte tamen impetus ſecundùm *a c* non poterit ſimiliter reſolui in illos impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a r*. Nam impetus ſubnaſci potens ex. gr. ſecundùm *a b* ex dicto impetu ſecundùm *a c*, maior erit eo impetu primigenio ſecundùm eandem *a b*, dum angulus *b a r* fuerit acutus: ſin verò fuerit obtuſus, vel minor erit, vel nullus; vel etiam ſubnaſci poterit impetus quidam ſecundùm *a d*, in directum poſitam ipſi *a b*. Quod quidem clarè conſtabit ex mox dicendis. Excitatâ enim ad *a b* perpendiculari *a n*: ſi angulus *b a r* fuerit acutus; intelligetur impetus ſecundùm *a r* adæquatè (b) reſolui in impetum quendam ſubnaſcentem ſecundùm



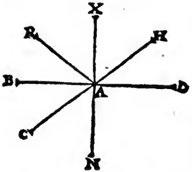
a b,

(a) *poſtul. 3. in ſchol. poſt 13. huius*. (b) *in def. poſt 14. huius*.

ab (vnde adaugebitur iam poſitus impetus primigenius ſecundùm eandem *ab*) & in alterum ſubnaſcentem ſecundùm *an*, perpendicularem ipſi *ab*. Quare impetus ipſe prædictus ſecundùm *ac* componi intelligetur ex iſto impetu ſecundùm *an*, & ex illo adaucto ſecundùm *ab*; atque adeò in eoſdem etiam adæquatè reſolui. Pari ratione (exiſtente rurſum acuto angulo *bar*) ſi excitetur ad *ar* perpendicularis *ak*; intelligetur impetus ſecundùm *ab* adæquatè (a) reſolui in impetum quendam ſubnaſcentem ſecundùm *ar* (vnde adaugebitur iam poſitus impetus primigenius ſecundùm eandem *ar*) & in alterum ſubnaſcentem ſecundùm *ak*, perpendicularem ipſi *ar*. Quare impetus ipſe prædictus ſecundùm *ac* componi intelligetur ex iſto impetu ſecundùm *ak*, & ex illo adaucto ſecundùm *ar*; atque adeò in eoſdem etiam adæquatè reſolui. Sin verò angulus *bar* fuerit obtuſus, ſatis vtiq; patere poteſt, ne longior ſim, ita rem proceſſuram, vt iam præmonuimus. Itaq; tunc ſolùm impetus aliquis reſolui poteſt in eos impetus, ex quibus componitur, quoties impetuum componentium directiones angulum rectum contineant.

PROPOSITIO DECIMASEXTA.

Angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

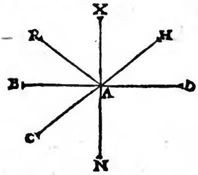


ET quidem, ſi pondus *a* citatum intelligatur impetu directionis *an*, quæ recta ſit ad planum immobile *bad*; factum iri reflexionem ſecundùm *ax* in directum poſitam ipſi *an*, ac perpendicularem ipſi *bd*, ex eo manifeſtum fit; quia non eſt, cur directio motus reflexi debeat eſſe magis inclinata, ſeu verſùs partes

D. pun-

(a) *in def. poſt 14. huius.*

puncti *b*, ſeu verſùs partes puncti *d*; quoniam vis directè motrix æqualiter in vtranque partem ſe habet. Præterea ſuppono æqualis eſſe velocitatis motum reflexum, ac motum directum, quoniam eadem eſt prorsùs vis reflexiua alicuius ponderis, atque eiuſdem directè motrix. Itaque pondus *a* citatum intelligatur ſecundùm *a c*, facientem cum *a b* angulum acutum *c a b*. Ex impetu ſecundùm primariam directionem *a c*, ſiue *b a*, ipſi *a c* in directum poſitam, ſubnaſcetur impetus quidam ſecundùm *a b*, cuius (a) complementum erit quidam alius ſubnaſcens impetus ſecundùm *a n* perpendicularem ipſi *a b*, cui æqualis intelligitur exurgens impetus per reflexionem ſecundùm *a x*, in directum poſitam ipſi *a n*. Quoniam igitur angulus *b a x* æqualis eſt angulo *b a n*; & impetus ſecundùm *a c* componi intelligitur ex prædictis impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a n*, quibus æquales ſunt, idem impetus ſecundùm *a b*, & impetus per reflexionem exurgens ſecundùm *a x*: ex iſtis itidem impetibus componi (b) intelligetur impetus quidam, tum æqualis ipſi impetui ſecundùm *a c*, tum etiam ſimiliter ſe habens quoad ſuam quamlibet directionem *a r*. Quare angulus *r a x* æqualis erit angulo *c a n*, & angulus *r a b* æqualis angulo *c a b*, ſiue *b a d*. Iam verò, directionem *a r* conuenire motui reflexo ponderis *a*, dum planum immobile *b a d* reſiſtere intelligatur eiuſdem motui directo ſecundùm *a c*, ſiue *b a*, ſatis patet ex dictis. Itaque angulus reflexionis *r a b* æqualis eſt angulo incidentiæ *b a d*. Quod erat demonſtrandum.

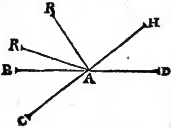


ALI-

(a) *def. poſt* 14. *huius*. (b) *ax.* 5. *huius*.

ALITER IDEM.

SI enim fieri poteſt; reflexum iri intelligatur pondus *a* ſecundùm quandam *a r*, facientem cum *a b* angulum minorem, aut maiorem ipſo *b a d*, ſiue *c a b*. Æqualis tamen cenſebitur



impetus reflexionis ſecundùm *a r* ipſi impetui primigenio ſecundùm *b a*, ſiue *a c*. Iam verò, ſi alicunde impeditus ſit motus per ipſam *a r* (quemadmodum impeditus concipitur motus per *a c* à plano conſiſtente *b d*) adeòut propterea ſolus relinquatur ponderi *a* motus liber ſupra planum *a b*; ſubnaſcetur enimverò ex ipſo impetu reflexionis ſecundùm *a r* impetus quidam ſecundùm *a b*, qui vtique idem ipſe erit, quem ſubnaſci poſſe intelligimus ex impetu primigenio ſecundùm *b a*, ſiue *a c*; dum ſcilicet pondus *a* cogatur inire viam perforati cuiusdam tubuli *a b*. Quàre ex æqualibus impetibus ſecundùm *a r*, & ſecundùm *a c*, æqualis ſubnaſci poſſe impetus intelligetur ſecundùm *a b*, etiamſi inæquales ſint anguli *r a b*, *c a b*: Quod eſt (a) abſurdum. Itaque angulus reflexionis *r a b* nec minor eſt, nec maior, ſed omnino æqualis ipſi angulo incidentiæ *b a d*. Quod erat demonſtrandum.

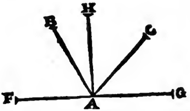
PROPOSITIO DECIMASEPTIMA.

SI *quoddam pondus* a *citatum duobus impetibus* a b, a c *ſecundùm primarias reſpectiuas directiones* a b, a c, *compoſitum impetum habere ponatur ſecundùm quandam naturalem directionem* a h, *ad quam ducatur perpendicularis* f a g *: dico impetus ſubnaſcentes ſecundùm* a f, *& ſecundùm* a g *ex reſpectiuis impetibus ſecundùm primarias directiones* a b, a c, *eſſe*

D 2

(a) *poſtul.* 2. *in ſchol. poſt* 13. *huius*.

eſſe inter ſe æquales, ac propterea ſe inuicem adæquatè elidentes.



SI enim alteruter ſubnaſcens impetus, vt ſecundùm *a f*, ponatur altero maior; iam viuus aderit impetus quidam ſecundùm *a f*, quantus ſcilicet eſt ipſius exceſſus ſupra impetum ſubnaſcentem ſecundùm *a g*. Quare pondus *a*, præter impetum illum ſecundùm *a b*, alium (a) quendam præterea ſortietur impetum viuum ſecundùm *a f*. Igitur eius naturalis directio erit (b) alia quædam minimè congruens ipſi *a f*, aut *a b*; quod eſt contra hypotheſim. Itaque neuter ſubnaſcens impetus ſecundùm *a f*, & ſecundùm *a g* eſt altero maior; ſed ipſi ſunt inter ſe æquales, ac propterea ſe inuicem adæquatè elidentes. Quod erat demonſtrandum.

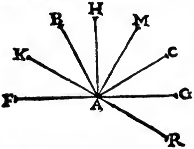
PROPOSITIO DECIMAOCTAVA.

E *Conuerſo autem* (Fig. præc.) *ſi impetus ſubnaſcentes ſecundùm* a f, *& ſecundùm* a g *ex reſpectiuis impetibus* a b, a c *ſecundùm ipſas primarias directiones* a b, a c *fuerint inter ſe æquales: Dico impetum ex illis compoſitum, eſſe ſecundùm quandam* a h, *perpendicularem ipſi* f a g.

QVoniam enim impetus ſubnaſcentes ſecundùm *a f*, & ſecundùm *a g* ſunt complementa partialium impetuum ſubnaſcentium ſecundùm *a b* ex reſpectiuis impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a c*; ſi impetus ſubnaſcentes ſecundùm *a f*, & ſecundùm *a g* æquales inter ſe fuerint, ac propterea ſe inuicem adæquatè elidentes, iam ſolus ſupererit viuus impetus ſecun-

(a) *ex* 14. *huius, & def. poſt ipſam.*
(b) *poſtul.* 3. *in ſchol. poſt* 13. *huius.*

cundùm *a b*, ex illis partialibus impetibus aggregatus. Igitur naturalis directio ponderis *a*, duos illos impetus ſortientis ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a c*, erit ipſa *a b*.



Quòd enim nulli alteri directioni, vt *a m*, conuenire id poſſit, ita euincitur. Ducatur ad *a m* perpendicularis *k a r*; ſitq; angulus *k a m* minor angulo *f a m*: erit angulus *r a m* maior angulo *g a m*. Quoniam igitur æquales ponuntur impetus ſubnaſcentes ſecundùm *a f*, & ſecundùm *a g*, ex reſpectiuis impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a c*; impetus autem ſubnaſcens ſecundùm *a k* maior (a) eſt eo, qui ſubnaſcitur ſecundùm *a f*; qui verò ſubnaſcitur ſecundùm *a r* minor eſt eo, qui ſubnaſcitur ſecundùm *a g*: erit impetus ſubnaſcens ſecundùm *a k* maior eo, qui ſubnaſcitur ſecundùm *a r*. Quare; cùm impetus ſubnaſcentes ſecundùm *a k*, & ſecundùm *a r*, ſint (b) complementa partialium impetuum ſubnaſcentium ſecundùm *a m*, ex reſpectiuis impetibus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a c*; ſortietur pondus *a*, præter adæquatum impetum ſecundùm *a m*, alium quendam viuum impetum ſecundùm *a k*; quantus nempe eſt exceſſus ipſius impetus ſubnaſcentis ſecundùm *a k* ſupra impetum ſubnaſcentem ſecundùm *a r*. Igitur naturalis directio ponderis *a* erit alia (c) quædam minimè congruens ipſi *a k*, aut *a m*. Quare non alia eſt naturalis directio ponderis *a* præter dictam *a b*. Quod erat demonſtrandum.

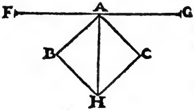
PRO-

(a) *poſtul. 2. in ſchol. poſt 13. huius*. (b) *def. poſt 14. huius*.
(c) *poſtul. 3. in ſchol. poſt 13. huius*.

PROPOSITIO DECIMANONA.

SI quoddam pondus a *citatum intelligatur duobus impetibus æqualibus* a b , a c *ſecundùm ipſas primarias directiones* a b, a c ; *feretur naturaliter pondus* a *per* a h *diametrum ipſius parallelogrammi* a b h c.

DVcatur ad *a b* perpendicularis *f a g*. Quoniam æquales inuicem ſunt recti anguli *g a b* , *f a b*, atque item æquales anguli *b a b* , *c a b* ; æquales etiam inter ſe erunt reſidui *b a f*, *c a g*. Eſt etiam impetus *a b* ſecundùm primariam directionem *a b* æqualis impetui *a c* ſecundùm primariam directionem *a c*. Igitur , cùm omnia vtrinq; æqualia ſint ; impetus ſubnaſcens ſecundùm *a f* ex impetu prædicto ſecundùm *a b* æqualis erit (per ax. 5. huius) impetui ſubnaſcenti ſecundùm *a g* ex prædicto impetu ſecundùm *a c*. Quare (per præcedentem) impetus compoſitus ex prædictis impetibus ſecundùm primarias directiones *a b* , *a c* , erit ſecundùm *a h*, perpendicularem ipſi *f a g*, hoc eſt ſecundùm diametrum ipſius parallelogrammi *a b h c*. Quod erat demonſtrandum.



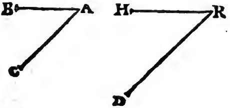
COROLLARIVM.

QVoniam æquales inter ſe ſunt anguli *b a b* , *c a b*, atq; item æquales impetus ipſi ſecundùm primarias directiones *a b* , *a c* ; manifeſtum eſt æquales inter ſe fore partiales impetus ſecundùm *a b* , qui ſubnaſci intelliguntur ex ipſis impetibus ſecundùm *a b* , & ſecundùm *a c* ; vt propterea adæquatus impetus ſecundùm *a b* duplus ſit eius, qui ex altero impetu ſecundùm *a b*, aut ſecundùm *a c* ſubnaſci intelligitur.

PRO-

PROPOSITIO VIGESIMA.

S*I duo pondera* a, *&* r *ſortiantur impetus* a c, r d *ſecundùm primarias reſpectiuas directiones* a c, r d, *ad quas conſti-*



tuti ſint æquales acuti anguli c a b, d r h: *Dico impetus reſpectiuè ſubnaſcentes ſecundùm* a b, *& ſecundùm* r h, *ita eſſe inter ſe, vt ipſi impetus primigenij* a c, r d.

QVoniam enim, ſi impetus ſecundùm *a c* minor fuerit, aut æqualis, aut maior, aut quacunque ratione multiplex ipſius impetus ſecundùm *r d;* etiam impetus ſubnaſcens ſecundùm *a b* minor (a) erit, aut æqualis, aut maior, aut ſimiliter multiplex impetus ſubnaſcentis ſecundùm *r h*: ita erit impetus (b) ſubnaſcens ſecundùm *a b* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r h*, vt ipſe impetus primigenius ſecundùm *a c* ad impetum primigenium ſecundùm *r d*, nimirum vt *a c* ad *r d*. Quod erat demonſtrandum.

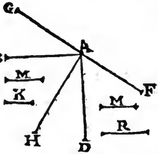
PROPOSITIO VIGESIMAPRIMA.

S*I quoddam pondus* a *citatum intelligatur duobus quibuslibet impetibus* a b, a d *ſecundùm primarias directiones* a b, a d, *rectum angulum* b a d *continentes; ex quibus componi intelligatur impetus ſecundùm quandam naturalem directionem* a h: *Dico*

(a) *ax. in ſchol. poſt* 13. *huius*. (b) 1. *huius*.

Dico portionem impetus, quæ ſubnaſci intelligitur ſecundùm a h *ex impetu* a b *ſecundùm primariam directionem* a b, *ita eſſe ad reliquam portionem impetus, quæ ſubnaſci itidem intelligitur ſecundùm* a h *ex impetu* a d *ſecundùm primariam directionem* a d, *vt quadratum* a b *ad quadratum* a d.

DVcatur ad *a b* perpendicularis *g a f*. Æquales inter ſe erunt (a) impetus ſecundùm *a g*, & ſecundùm *a f*, ſubnaſcentes ex reſpectiuis impetibus *a b*, *a d* ſecundùm ipſas primarias directiones *a b*, *a d*. Quoniam igitur æquales inuicem ſunt recti anguli *g a b*, *b a d*; dempto communi *b a h*, æquales inter ſe erunt reſidui *b a g*, *d a h*. Quare (per præcedentem) impetus ſubnaſcens ſecundùm *a g* ex impetu ſecundùm *a b*, ita eſt ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *a h* ex impetu ſecundùm *a d*, vt ipſe impetus ſecundùm *a b* ad impetum ſecundùm *a d*, nimirum vt *a b* ad *a d*. Similiter, cùm æquales inuicem ſint recti anguli *b a d*, *b a f*; dempto communi *b a d*, æquales inter ſe erunt reſidui *b a h*, *d a f*: atque adeò rurſum (per præcedentem) impetus ſubnaſcens ſecundùm *a h* ex impetu ſecundùm *a b*, ita erit ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *a f* ex impetu ſecundùm *a d*, vt ipſe impetus ſecundùm *a b* ad impetum ſecundùm *a d*, nimirum vt *a b* ad *a d*.



Iam, claritatis gratiâ: impetus ſubnaſcens ſecundùm *a h* ex impetu ſecundùm *a b*, ſit *k*: ſubnaſcens ſecundùm *a g* ex eodem impetu ſecundùm *a b*, ſit *m*; cui æqualem prædiximus impetum ſecundùm *a f*, ſubnaſcentem ex impetu ſecundùm *a d*: tandem verò ſubnaſcens ſecundùm *a h* ex eodem impetu ſecundùm *a d*, ſit *r*. Porrò autem ratio *k* ad *r* componitur ex rationibus *k* ad *m*, & *m* ad *r*. At ratio *k* ad *m* (ſumpto pro *m* impe-

(a) 17. *huius*.

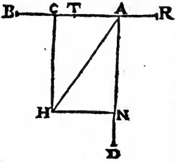
Digitized by Google

impetu ſecundùm *a f*, ſubnaſcente ex impetu ſecundùm *a d*) oſtenſa eſt æqualis rationi *a b* ad *a d*. Ratio autem *m* ad *r* (ſumpto pro *m* impetu ſecundùm *a g*, ſubnaſcente ex impetu ſecundùm *a b*) oſtenſa eſt æqualis eidem rationi *a b* ad *a d*. Igitur ratio *k* ad *r* (hoc eſt, impetus ſubnaſcentis ſecundùm *a b* ex impetu ſecundùm *a b*, ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *a b* ex impetu ſecundùm *a d*) duplicata eſt rationis *a b* ad *a d*, nimirum æqualis rationi quadrati *a b* ad quadratum *a d*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VIGESIMASECVNDA.

I*ſdem manentibus: Si pondus* a, *ex vi illius impetus compoſiti, perficiat aliquo tempore quandam* a h, *demittanturque ex quolibet ipſius puncto* h *ad* a b, a d, *perpendiculares* h c, h n: *Dico ipſam* a c, *aut* a n *non fore maiorem eâ, quam æquali ipſo tempore lationis per* a h *percurriſſet pondus* a, *vel ſolo impetu ſecundùm* a b, *vel ſolo impetu ſecundùm* a d.

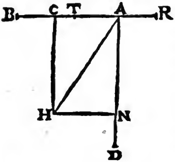
SI enim fieri poteſt, ſit *a c* maior quàm *a t* percurrenda æquali ipſo tempore lationis per *a h*, ex vi ſolius impetus primigenij ſecundùm *a b*. Quoniam igitur motus compoſitus ſecundùm *a b* cenſetur (a) ſemper æquabilis; ſi planum *a d*, procedens ſibi ipſi parallelum, comitari intelligatur pondus *a* in deſcriptione ipſius *a b*; nimirum deſcribente puncto *a* rectam *a c*, atque interim fluente per *a d* ipſo pondere *a*: conſtat ſanè ex elementis, æquabilem itidem fore motum puncti *a* per *a c*, & ponderis *a* per *a n*, æqualique tempore deſcriptum iri ipſas *a b*, *a c*. Igitur impetus puncti *a* ſecundùm *a b*



E maior

(a) *poſtul. 4. in ſchol. poſt 13. huius.*

maior erit impetu primigenio (a) ponderis *a* ſecundùm ipſam *a b*. Porrò autem hâc ipsâ ratione, aut alterâ æquiualente intelligi debet, in caſu huius propoſitionis, deſcripta ipſa *a b*. Quare (attentâ percurſione primæ infiniteſimæ *a*) ab ipſo vſque initio motus compoſiti ſecundùm *a b*, aderit in pondere *a*, ſaltem æquiualenter, impetus viuus ſecundùm *a b* maior eo, qui poſitus eſt primigenius ſecundùm eandem *a b*. Abſurdum autem id eſt; quoniam adiunctus impetus ſecundùm perpendicularem *a d* conferre nullatenus poteſt ad augendum impetum (b) ſecundùm *a b*. Itaque *a c* nequit eſſe maior eâ, quam, æquali ipſo tempore lationis per *a b*, percurriſſet pondus *a* ex vi ſolius primigenij impetus ſecundùm *a b*. Similiter oſtendemus, non eſſe *a n* maiorem eâ, quam æquali prædicto tempore percurriſſet pondus *a*, ex vi ſolius primigenij impetus ſecundùm *a d*. Quod erat demonſtrandum.



SCHOLIVM.

Neque putes euinci potuiſſe ſimili ratiocinio, quod ipſæ *a c*, *a n* minores eſſe nequeant illis, quas æquali prædicto tempore percurriſſet ſeorsùm pondus *a*, ex vi primigeniorum impetuum ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*: quatenus nempe impetus ſecundùm *a d* conducere nequit ad motum ſecundùm *a r*, in directum poſitam ipſi *a b*; vnde vtique fieri videtur, vt neque conferre poſsit ad minuendum impetum ſecundùm ipſam *a b*: quod quidem pariformiter valet de impetu ſecundùm *a b*, relatè ad impetum ſecundùm *a d*. Nam dico latam eſſe diſparitatem. Euidens quidem eſt, non poſſe impetum ſecundùm *a d* conferre quidquam ad motum ſecundùm *a r*, in directum poſitam ipſi *a b*:

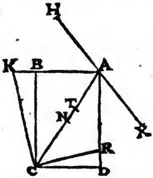
(a) *ax. 2. huius*. (b) *9. huius*.

Digitized by Google

a b : ſed non ita etiam euidens eſt, quòd hâc ſolâ ratione impetus ſecundùm *a d* conferre poſsit ad minuendum impetum ſecundùm *a b*. Si quis enim vereatur, ne ex impetu ſecundùm *a d*, prout ſecundùm *a d* (ex quo nempe præciſiuè ſpectato conſequitur deuiatio ponderis *a* ab eâ directione *a b*) conſequatur itidem aliqualis eliſio prædicti impetus ſecundùm *a b*; falsâ enimverò opinione ducetur, ſed eâ tamen tolerandâ, niſi vlterior ratio aduerſetur. Porrò autem ſatis conſtat, ſuſpicioni iſti locum non eſſe ſuper augmento impetus. Quomodo enim impetus ſecundùm *a d* perpendicularem conferat ad augendum impetum ſecundùm *a b*, cùm nequeat conferre quidquam ad motum (a) ſecundùm ipſam *a b*? Sed hæc iam ſatis.

PROPOSITIO VIGESIMATERTIA.

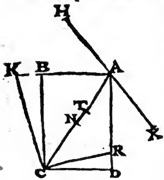
E*ſto quoduis rectangulum* a b c d; *& quoddam pondus* a *citatum intelligatur duobus impetibus* a b, a d *ſecundùm primarias directiones* a b, a d. *Dico impetum compoſitum fore ſecundùm diametrum* a c; *atque etiam ita fore ad impetus prædictos ſecundùm* a b, *&* ad, *vt diameter* a c *ad latera* a b, a d.



DVcatur quædam *b a x*, efficiens cum *a b* angulum *b a b* æqualem angulo *b a c*. Quoniam æquales ſunt duobus rectis anguli *b a c*, *c a x*, & angulus *b a d* eſt rectus; vni recto æquabuntur duo anguli *b a b*, *d a x*: æquatur etiam angulus *b a b* angulo *b a c*; igitur angulus *d a x* æquabitur reliquo *d a c*. Iam, omiſsâ paulisper præſenti hypotheſi, conſideretur pondus *a* triplici impetu citatum, vno *a c* ſecundùm *a c*, & duobus *a x*, *a b* ſecundùm reſpectiuas directiones *a x*, *a b*; ſintque *a x*,

(a) 9. *huius*.

a b, & *a n*, dimidia ipſius *a c*, inuicem æquales. Quoniam igitur ex impetu *a n* ſecundùm *a c*, & ex impetu *a x* ſecundùm *a x* componitur impetus (a) ſecundùm naturalem directionem *a d*, cuius quantitas repræſentetur per quandam *a r*; atq; item ex impetu *n c*, ſiue *a n* ſecundùm eandem *a c*, & ex *a b* ſecundùm *a b*, componitur impetus (b) ſecundùm naturalem directionem *a b*, cuius quantitas repræſentetur per quandam *a k*: ex tribus prędictis impetibus, vno adæquato *a c* ſecundùm *a c*, & duobus *a x*, *a b* ſecundùm reſpectiuas directiones *a x*, *a b*, componentur duo illi impetus *a r*, *a k* ſecundùm naturales directiones *a d*, *a b*; ex quibus duobus componi tandem ipſum impetum *a c* ſecundùm naturalem directionem *a c*, ex eo manifeſtè conſtat; quia de tribus illis, ex quibus duo iſti componuntur, ſolus ſupereſt viuus adæquatus impetus *a c* ſecundùm *a c*; cùm reliqui *a x*, *a b* ſecundùm ipſas directiones primarias *a x*, *a b*, ſe inuicem adæquatè elidant, propter æqualitatem. Porrò autem oſtendam, quòd *a k* æqualis eſt ipſi *a b*; & *a r* ipſi *a d*: vt propterea ex impetibus *a b*, *a d* ſecundùm primarias directiones *a b*, *a d* componi euincatur impetus *a c* ſecundùm ipſam diametrum *a c*. Si enim *a k* non eſt æqualis ipſi *a b*, erit maior, vel minor.



Sit primò, ſi fieri poteſt, maior. Quoniam impetus *a k* ſecundùm *a b*, componitur ex impetu *a n* ſecundùm *a c*, & ex *a b* ſecundùm *a b*; dimidiatus impetus *a k* ſecundùm *a b* ſubnaſci (c) intelligetur ex impetu *a n* ſecundùm *a c*: Igitur, ex adæquato impetu *a c* ſecundùm *a c*, qui duplus eſt ipſius *a n*, ſubnaſci poterit impetus integer *a k* ſecundùm *a b*. Simili ratione oſtendetur, quòd ex adæquato impetu *a c* ſecundùm *a c* ſubnaſci poteſt integer impetus *a r* ſecundùm *a d*. Iam verò, quoniam ex impetibus *a k*, *a r* ſecundùm reſpectiuas directiones *a b*, *a d*, compo-

(a) 19. *huius*. (b) 19. *huius*. (c) *cor. poſt* 19. *huius*.

Digitized by Google

ponitur impetus *ac* ſecundùm *ac*; partialis impetus ſecundùm *ac* ſubnaſcens ex impetu *ak* ſecundùm *ab* ſit *at*; reliquus *tc* ſubnaſcetur ex impetu *ar* ſecundùm *ad*. Erit itaque *ac* ad (a) *ak*, vt *ak* ad *at*, cùm idem ſit angulus *cak*, *kat*, & ex impetu *ac* ſecundùm *ac* ſubnaſci poſsit impetus *ak* ſecundùm *ab*, impetus verò *at* ſecundùm *ac* ſubnaſcatur ex impetu *ak* ſecundùm *ab*. Similiter oſtendetur ita eſſe *ac* ad *ar*, vt *ar* ad *tc*. Igitur quadratum *ak* æquale erit rectangulo *cat*; & quadratum *ar* æquale rectangulo *act*: quare quadratum *ac* æquale erit duobus ſimul quadratis *ak*, *ar*. Eſt autem quadratum *ac* æquale duobus ſimul quadratis *ab*, *ad*: igitur *ar* minor eſt quàm *ad*. Quoniam verò ita eſt impetus compoſitus ſecundùm *ac* ad impetum componentem ſecundùm *ad*, vt *ac* ad *ar*; æquali tempore lationis per *ac* percurriſſet pondus *a* ipſam *ar* ex vi ſolius impetus ſecundùm *ad*. Quare demiſsis ex *c* ad *ak*, & *ar* protractam, perpendicularibus *cb*, *cd*; erit ipſa *ad*, ſeu *bc* maior eâ, quam, æquali tempore lationis per *ac*, ex vi impetus compoſiti ſecundùm *ac*, percurriſſet ipſum pondus *a* ex vi ſolius impetus ſecundùm *ad*. Quod eſt abſurdum, & contra præcedentem. Non ergo *ak* maior eſt quàm *ab*.

Sed neque eſt minor, propter rationem mox allatam circa alteram *ar*: igitur *ak* æqualis eſt ipſi *ab*. Quare etiam *ar* æqualis erit ipſi *ad*, cùm oſtenderimus quadratum *ac* æquale eſſe duobus ſimul quadratis *ak*, *ar*, quod aliàs conſtat æquale eſſe duobus ſimul quadratis *ab*, *ad*. Itaque ex impetibus *ab*, *ad* ſecundùm primarias directiones *ab*, *ad*, componitur impetus *ac* ſecundùm diametrum *ac* ipſius parallelogrammi rectanguli *abcd* &c. Quod erat demonſtrandum.

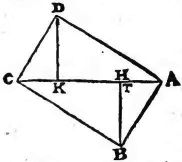
PRO-

(a) 20. *huius*.

PROPOSITIO VIGESIMAQVARTA.

SI *angulus* b a h *fuerit acutus, ita erit impetus* a b *ſecundùm primariam directionem* a b, *ad impetum ex eo ſubnaſcentem ſecundum* a h, *vt hypothenuſa* a b *ad latus* a h *trianguli rectanguli* b h a.

FIat parallelogramum rectangulum *a b c d*, cuius diameter *a c* ſit ipſa *a b* protracta in *c*. Ex impetibus *a b*, *a d* ſecundùm primarias directiones *a b*, *a d* componetur (a) impetus *a c* ſecundùm ipſam diametrum *a c*. Partialis impetus ſecundùm *a c* ſubnaſcens ex impetu *a b* ſecundùm *a b* ſit *a t*; reliquus *t c* ſubnaſci intelligetur ex impetu *a d* ſecundùm *a d*. Erit autem impetus *a t* (b) ad impetum *t c*, vt quadratum *a b* ad quadratum *a d*. Ductâ verò ad *a c* perpendiculari *d k*, erunt ſimilia triangula *b h a*, *d k c*: eſt etiam latus *d c* æquale lateri *b a*; igitur & *k c* æquabitur ipſi *h a*; ac propterea *h c* æqualis erit ipſi *a k*. Igitur, cùm propter triangula ſimilia *c a b*, *b a h*, atque item *c a d*, *d a k* ſint continuè proportionales *c a*, *a b*, *a h*, atque item *c a*, *a d*, *a k*; erit quadratum *a b* æquale rectangulo *c a h*, & quadratum *a d* æquale rectangulo *c a k*, ſiue *a c h*. Quare ita erit quadratum *a b* ad quadratum *a d*, ſiue *a t* ad *t c*, vt rectangulum *c a h* ad rectangulum *a c h*, ſiue vt *a h* ad *h c*. Igitur *a h* æqualis eſt ipſi *a t*: atque adeò ita eſt impetus *a b* ſecundùm *a b*, ad impetum ex eo ſubnaſcentem ſecundùm *a h*, vt hypothenuſa *a b* ad latus *a h* trianguli rectanguli *b h a*. Quod erat demonſtrandum.



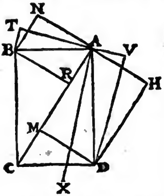
PRO-

(a) 23. *huius*. (b) 21. *huius*.

PROPOSITIO VIGESIMAQVINTA.

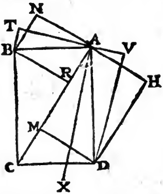
S*I quoddam pondus* a *citatum intelligatur duplici quolibet impetu* a b, a d *ſecundùm ipſas directiones* a b, a d, *quemlibet angulum* b a d *continentes: dico pondus* a *latum iri naturaliter per diametrum* a c *ipſius parallelogrammi* a b c d.

SIt enim primò vterque angulus *b a c*, *d a c* minor recto. Ducantur ad *a c* perpendiculares *b r*, *d m*; excitatâque ad ipſam *a c* perpendiculari *n a b*, ducantur ad ipſam *n b* perpendiculares *b n*, *d h*. Quoniam ſimilia ſunt triangula *b a r*, *d c m*, eſtque latus *b a* æquale lateri *d c*; etiam latus *b r*, ſeu *n a*, æquale erit lateri *d m*, ſeu *h a*. Porrò autem, cùm ex impetibus *a b*, *a d* ſecundùm ipſas directiones *a b*, *a d*, ſubnaſci intelligantur reſpectiuè impetus ſecundùm *a c*; quorum (a) complementa ſunt reſpectiuè itidem ſubnaſcentes impetus ſecundùm *a n*, *a h* perpendiculares ad ipſam *a c*; quiq; ſunt (b) inter ſe, vt ipſæ *a n*, *a h*, atque adeò ſe inuicem adæquatè elidentes: ſolus ſupererit viuus impetus ſecundùm *a c*, ex prædictis impetibus ſecundùm *a b*, & *a d* compoſitus. Quòd autem nulli alteri directioni conuenire id poſſit, ita oſtenditur. Sumatur enim quæcunque altera directio *a x*, quæ efficiat cum alterutro latere, vt *a d*, angulum *x a d* minorem angulo *c a d*. Excitetur ad *a x* perpendicularis *t a u*, ad quam ducantur perpendiculares *b t*, *d u*. Iam verò *a t* maiorem eſſe quàm *a n*, & *a u* minorem quàm *a h*, atque adeò ipſam *a t* maiorem eſſe ipſâ *a u*, facilè colligitur ex elementis. Quare, cùm ex prædictis impetibus *a b*, *a d*,



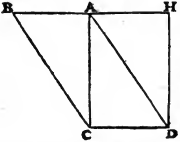
(a) *def. poſt* 14. *huius*. (b) 24. *huius*.

a d ſecundùm ipſas directiones *a b*, *a d* ſubnaſci intelligantur



reſpectiui impetus ſecundùm *a t*, *a u*, qui ita ſunt (a) inter ſe, vt ipſæ *a t*, *a u*; quique ſunt complementa partialium (b) impetuum ſecundùm *a x*, qui ſubnaſci intelliguntur ex illis impetibus ſecundùm *a b*, *a d*: non obtinebit pondus *a* ſolum impetum ſecundùm *a x*, qui nimirum aggregatur ex illis partialibus impetibus, reſpectiuè ſubnaſcentibus ex impetibus ſecundùm *a b*, & *a d*; ſed alium quendam præterea viuum impetum ſortietur ſecundùm *a t*, quantus ſcilicet eſt exceſſus impetus *a t* ſecundùm *a t*, ſupra impetum *a u* ſecundùm *a u*. Itaque pondus *a* citatum duplici illo impetu *a b*, *a d* ſecundùm ipſas directiones *a b*, *a d*, non feretur (c) naturaliter per ipſam *a x*, aut quamlibet aliam diuerſam à diametro *a c*; ſed omnino feretur per ipſam diametrum *a c*.

Sit ſecundò rectus alteruter angulus, vt *b a c*. Totus impetus ſecundùm *a c* ſubnaſci intelligetur ex impetu ſecundùm *a d*. Ductâ verò ad *b a b* perpendiculari *d h*; erit *a h* æqualis ipſi *d c*,

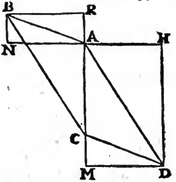


ſiue *a b*. Quare impetus *a h* ſecundùm *a h*, qui ſubnaſci intelligitur ex impetu *a d* ſecundùm *a d* (quiq; eſt complementum alterius impetus ſecundùm *a c*, ſubnaſcentis ex eodem impetu ſecundùm *a d*) æqualis erit toti impetui *a b* ſecundùm *a b*; atque adeò, propter mutuam adæquatam horum impetuum eliſionem, ſolus relinquetur viuus impetus ſecundùm *a c*, quem ſcilicet ſubnaſci intelligimus ex eo impetu ſecundùm *a d*.

Sit

(a) 24. *huius*. (b) *def poſt* 14. *huius*. (c) *poſtul*. 3. *in ſchol. poſt* 13. *huius*.

Sit tertiò alteruter angulus, vt *b a c*, maior recto. Ductis perpendicularibus, vt in appoſitâ figurâ: impetus quidem ſecundùm



a r, qui ſubnaſci intelligitur ex impetu ſecundùm *a b*, elidet aliquatenus impetum ſecundùm *a c*, ſubnaſcentem ex impetu ſecundùm *a d*: ſed complementa horum ſubnaſcentium impetuum; nimirum impetus *a n*, & *a b* ſecundùm ipſas *a n*, *a b* perpendiculares ipſi *a c* (qui vtique ſubnaſci reſpectiuè intelliguntur ex impetibus *a b*, *a d* ſecundùm ipſas directiones *a b*, *a d*) æqualia, vt ſuprà, inter ſe erunt. Quare, propter mutuam adæquatam iſtorum complementorum eliſionem, ſolus rurſum viuus ſupererit impetus quidam ſecundùm *a c*. Quòd autem nulli alteri directioni conuenire id poſſit, ſimili diſcurſu euincitur. Itaque conſtat propoſitum.

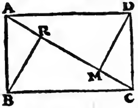
COROLLARIVM.

Hinc, ſi pondus *a* naturaliter feratur per diametrum *a c*, conſtabit è conuerſo, ita fore impetum ſecundùm *a b* ad impetum ſecundùm *a d*, vt *a b* ad *a d*: ſi enim foret, vt *a b* ad quandam maiorem, vel minorem ipsâ *a d*, iam alia eſſet via diametralis ab ipſo pondere *a* ineunda; quod eſt contra hypotheſim.

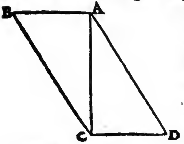
PROPOSITIO VIGESIMASEXTA.

I*Mpetus autem ſecundùm* a c *ita erit ad impetus ſecundùm* a b, *& ſecundùm* a d, *vt diameter* a c *ad ipſa latera* a b, a d.

REpetitis enim (quantùm ſpectat ad rem præſentem) figuris præcedentis propoſitionis: Si vterque angulus *b a c*, *d a c* fuerit minor recto; impetus ſecundùm *a c*, ſubnaſcens ex impetu ſecundùm *a b*, ita erit ad ipſum impetum (a) ſecundùm *a b*, vt *a r* ad *a b*; atq; item impetus ſecundùm eandem *a c*, ſubnaſcens ex impetu ſecundùm *a d*, ita erit ad ipſum impetum ſecundùm *a d*, vt *a m* ad *a d*. Sunt etiam inter ſe impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*, vt ipſæ *a b*, *a d*. Quare totalis impetus ſecundùm *a c* (nimirum aggregatus ex prædictis partialibus impetibus ſubnaſcentibus) ita erit ad impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*, vt ſumma ex *a m*, & *a r* ad ipſas *a b*, *a d*, nimirum vt diameter *a c*, (eſt enim *c m* æqualis ipſi *a r*, propter æqualitatem lateris *b a* cum latere *d c*, & ſimilitudinem trianguli *b a r* cum triangulo *d c m*) ad ipſa latera *a b*, *a d*.



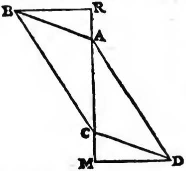
Sin verò alteruter angulus, vt *b a c*, fuerit rectus; rectus etiam erit angulus *d c a*. Quare impetus ſecundùm *a c*, ſubnaſcens ex impetu ſecundùm *a d* (qui vnicus eo caſu reperitur) ita eſt ad ipſum impetum ſecundùm *a d*, vt *a c* ad *a d*. Eſt etiam impetus ſecundùm *a d* ad impetum ſecundùm *a b*, vt *a d* ad *a b*. Igitur impetus ſecundùm *a c* ita ſe habet ad impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*, vt diameter *a c* ad ipſa latera *a b*, *a d*.



(a) 24. *huius.*

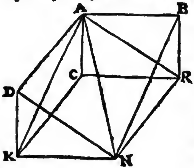
Si

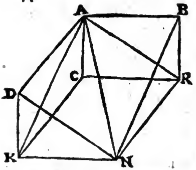
Si tandem alteruter angulus, vt *b a c*, maior fuerit recto; impetus ſecundùm *a r*, ſubnaſcens ex impetu ſecundùm *a b*, ita erit ad ipſum impetum ſecundùm *a b*, vt *a r* ad *a b*: atque item impetus ſecundùm *a c* (directè oppoſitus impetui ſecundùm *a r*) ſubnaſcens ex impetu ſecundùm *a d*, ita eſt ad ipſum impetum ſecundùm *a d*, vt *a m* ad *a d*. Sunt etiam inter ſe ipſi impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*, vt ipſæ *a b*, *a d*. Igitur impetus viuus ſecundùm *a c* (qui relinquitur ex eliſione impetuum *a r*, *c m*) ita ſe habet ad impetus ſecundùm *a b*, & ſecundùm *a d*, vt *a m* minùs *a r* ad ipſas *a b*, *a d*, nimirum vt diameter *a c* (nam *c m* æqualis eſt, vt ſuprà, ipſi *a r*) ad ipſa latera *a b*, *a d*. Itaque conſtat propoſitum.



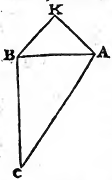
SCHOLIVM.

HVcuſque dictis ſubnectere iuuat duas obſeruationes. Prima eſt, quòd impetus ex tribus, aut pluribus impetibus primigenijs compoſitus, idem perinde reperitur, quoquo pacto ipſi impetus primigenij inuicem componantur. Citatum enim intelligatur pondus *a* tribus impetibus *a b*, *a c*, *a d* ſecundùm ipſas primarias directiones *a b*, *a c*, *a d*. Vnicum caſum appoſitâ figurâ exhibeo, ne tædium afferam benigno lectori. Compleatur parallelogrammum *a b r c*, cuius diameter *a r*. Tum compleatur parallelogrammum *a r n d*, cuius diameter *a n*. Porrò, ex vi impe-





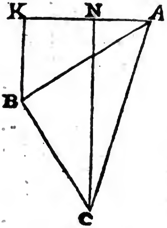
tuum *a b*, *a c*, obtinebit pondus *a* impetum compoſitum *a r* ſecundùm (a) ipſam diametrum *a r*. Aſſumpto autem altero impetu componente *a d*, obtinebit impetum compoſitum *a n* ſecundùm ipſam diametrum *a n*. Iam compleatur alterum parallelogrammum *a c k d*, cuius diameter *a k*. Ex vi impetuum *a c*, *a d* obtinebit pondus *a* impetum compoſitum *a k* ſecundùm ipſam diametrum *a k*. Oſtendendum ſupereſt, quòd aſſumpto altero impetu componente *a b*, competet ponderi *a* idem impetus *a n* ſecundùm eandem *a n*; adeò vt propterea idem impetus compoſitus reperiatur ſecundùm eandem directionem, quoquo pacto ipſi impetus primigenij inuicem componantur. Porrò autem id ipſum patebit, ſi oſtenderimus *a b n k* (iunctis nimirum *b n*, & *k n*) eſſe parallelogrammum, cuius diameter *a n*. Et quidem, cùm *r n* parallela ſit, & æqualis ipſi *a d*, hoc eſt *c k*; parallelæ itidem erunt, & æquales *k n*, & *c r*, hoc eſt *k n*, & *a b*. Quare parallelogrammum erit *a b n k*, cuius diameter *a n*. Cætera patent ex dictis. Quod autem oſtenſum eſt de tribus impetibus componentibus, idem valet de quotcunque alijs.



Altera obſeruatio eſt eiuſmodi; quòd magnitudo impetus ſubnaſcentis deſumenda omnino eſt ex impetu quodam ſecundùm naturalem ſuam directionem. Nam, dato triangulo rectangulo *a b c*; ex impetu primigenio *a c* ſecundùm hypothenuſam *a c* ſubnaſcetur vtique impetus *a b* (b) ſecundùm *a b*: atque item, facto triangulo rectangulo *a k b*; ex impetu primigenio *a b* ſecundùm hypothenuſam *a b* ſubnaſcetur impetus *a k* ſecundùm *a k*; qui tamen ſubnaſci non poſ-

(a) 26. *huius*. (b) 24. *huius*.

poſſet ex impetu *a b* ſecundùm *a b*, quatenus ſubnaſci potente ex impetu primigenio *a c* ſecundùm *a c*. Tunc enim impetus ipſe



ſubnaſcens ſecundùm *a k*, verè ſubnaſceretur ex impetu ſecundùm *a c*. At angulus *k a c* poteſt eſſe maior acuto; quo caſu nullus ſubnaſci poteſt impetus ſecundùm *a k* ex impetu ſecundùm *a c*.

Sin verò angulus *k a c* ſit acutus: ductâ ad *a k* perpendiculari *c n*, conſtat ex elementis minorem fore *a n*, quàm *a k*. Quare impetus, ſubnaſci potens ſecundùm *a k* ex impetu *a c* ſecundùm *a c*, non erit *a k*, ſed *a n*. Itaque conſtat intentum.

ADMONITIO PRO SEQVENTIBVS THEOREMATIS.

QVoniam ponderum æqualium momenta, & impetus proportionalia ſunt; quæcunque infrà dicturi ſumus de impetibus grauium ex quiete, cenſeri vtique poterunt dicta de ipſis momentis grauium æqualium.

DEFINITIO.

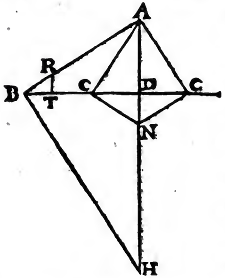
PLanum horizontale appellabimus illud, ad quod perpendicularis eſt directio cuiusdam grauis, liberè tendentis deorſum. Quæ quidem definitio valebit; ſeu grauia cenſeantur in vnum commune centrum conuergere, ſiue habere directiones inuicem parallelas.

PROPOSITIO VIGESIMASEPTIMA.

IMpetus grauium ex quiete ſuper planis inæqualiter inclinatis, ſed eandem eleuationem habentibus, ſunt inter ſe in reciprocâ ratione longitudinum ipſorum planorum.

Sint.

SInt plana inæqualiter inclinata *b a*, *a c*; ſed habentia eandem eleuationem *a d*, perpendicularem nempe ad planum horizontale *b c*. Dico impetum grauis cuiusdam *a* in plano *a b*, ita eſſe ad impetum eiusdem in plano *a c*, vt reciprocè *a c* ad *a b*. Excitentur enim ad *b a*, & *c a*, perpendiculares *b h*, *c n*, occurrentes ipſi *a d* protractæ, in *h*, & *n*. Ita erit impetus grauis *a* in *a h*, ſeu ſecundùm primariam directionem *a h*, ad impetum eiuſdem ſubnaſcentem in *a b*, ſeu ſecundùm directionem coactam *a b*, vt (a) hypothenuſa *a h* ad latus *a b* trianguli rectanguli *a b h*; ſiue (propter ſimilia triangula *a b h*, *a d b*) vt *a b* ad *a d*. Pari ratione, impetus grauis *a* in *a c*, ſeu ſubnaſcens ſecundùm *a c*, ita ſe habet ad eundem impetum grauis *a* in *a h*, ſeu ſecundùm primariam directionem *a h*, vt *a c* ad *a n*; ſiue (propter ſimilia triangula *a c n*, *a d c*) vt *a d* ad *a c*. Igitur ex æquo ſecundùm perturbatam rationem, ita ſe habet impetus grauis *a* in *a b* ad impetum eiuſdem in *a c*, vt reciprocè *a c* ad *a b*. Quod erat demonſtrandum.



SCHOLIVM.

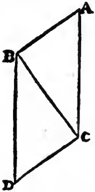
NOta verum id eſſe, quatenus graue illud conſtitutum intelligatur in ipſo puncto *a*, dictorum planorum communi. Adhuc tamen eadem veritas vniuerſim ſubſiſtet, vbiuis conſtituta intelligantur grauia ſupra dicta plana, dum impetus ex quiete grauium deorſum, tum æquales vbiuis putentur, tum etiam habere ponantur directiones parallelas. Si enim graue quodpiam *r* conſtitutum ſit in quodam puncto *r* ipſius plani *a b*, ſitque *r t* perpendicularis ad *b c*; erit, ex ſuperiùs demonſtratis, impetus grauis

(a) 24. *huius*.

grauis *r* in plano *rb* ad impetum eiuſdem in plano *rt*, vt reciprocè *rt* ad *rb*; ſiue, propter parallelas, vt *ad* a d *ab*; nimirum vt impetus grauis *a* in plano *ab* ad impetum eiuſdem in plano *ad*. Ponuntur autem æquales impetus grauium *a*, & *r*, ſecundùm perpendiculares *ad*, *rt*: Igitur æquales etiam ſunt eorundem grauium impetus in ipſis planis *ab*, *rb*. Idem valet de grauibus vbiuis conſtitutis ſupra planum *ac*. Quare, vbiuis intelligantur conſtituta grauia ſupra dicta plana, eadem ſemper erit ratio impetuum in ipſis planis, nimirum æqualis rationi reciprocæ inter ipſorum longitudines.

PROPOSITIO VIGESIMAOCTAVA.

SI in ſublimibus punctis laterum a b, b c *trianguli rectanguli* a b c, *ad horizontem, ſecundùm hypothenuſam* a c, *perpendiculariter erecti, grauia qualibet conſtituta intelligantur: eorum impetus ex quiete in ipſis planis* a b, b c *ita erunt inter ſe, & ad impetum ſecundùm hypothenuſam* a c, *vt ipſa latera* a b, b c, *& hypothenuſa* a c. *Quod quidem verum eſt in vtrâque harum hypotheſium; ſeu quòd æquales vbiuis ſint impetus grauium deorſùm, ſed habeant directiones parallelas; ſeu quòd directiones habeant in vnum commune centrum conuergentes, ſed impetus proportionati ſint diſtantijs ab ipſo centro.*

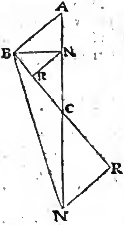


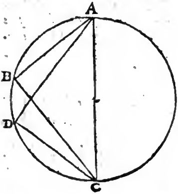
ET quidem, quòd impetus ſubnaſcens ſecundùm *ab* ita ſit ad impetum ſecundùm primariam directionem *ac*, vt *ab* ad *ac*, ſatis patet ex ſuperioribus.

De impetu autem in *bc* ita oſtenditur in primâ hypotheſi. Excitetur ad *bc* perpendicularis *cd*, occurrens *bd* parallelæ ipſi *ac*. Impetus in *bc* ſubnaſci intelligetur ex impetu in *bd*, hoc eſt ſecundùm primariam directionem *bd*, qui vtique æqualis ponitur

nitur impetui in *a c*. Igitur impetus in *b c* ita eſt ad impetum in *b d*, ſiue ad impetum in *a c*, vt latus *b c* (a) trianguli rectanguli *b c d* ad hypothenuſam *b d*, hoc eſt *a c*, ipſi *b d* ęqualem. Quod &c.

In ſecundâ vero hypotheſi ita euincitur. Si enim centrum fuerit ipſum punctum *c*, res patet ex ipſa hypotheſi. Igitur ſit quodpiam punctum *n*, vel exiſtens inter ipſa puncta *a*, & *c*, vel alibi in ipsâ *a c* protractâ. Iungatur *b n*; & ad ipſam *b c* (ſi opus fuerit) protractam, ducatur perpendicularis *n r*. Impetus in *a n*, & in *b n* proportionati ſunt ipſis diſtantijs *a n*, *b n*: impetus autem in *b n* ita eſt ad impetum ſubnaſcentem in *b r*, vt ipſa (b) hypothenuſa *b n* ad latus *b r* trianguli rectanguli *b r n*. Igitur ex æquo, ita eſt impetus in *a n* ad impetum in *b r*, vt *a n* ad *b r*: vt autem *a n* ad *b r*, ita eſt (propter parallelas, aut triangula ſimilia) *n c* ad *c r*: atque adeò vt *a n* ad *b r*, ita *a n*, plùs aut minùs *n c*, ad *b r*, plùs aut minùs *c r*. Quare ita eſt impetus in *a n* ad impetum in *b r*, vt *a n*, plùs aut minùs *n c*, ad *b r*, plùs aut minùs *c r*, nimirum vt *a c* ad *b c*. Quod erat &c.





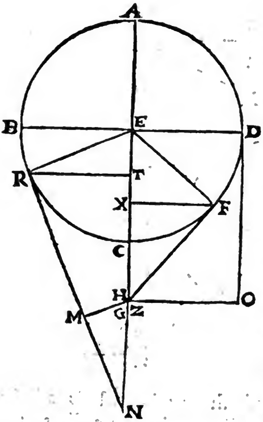
COROLLARIVM.

Colligitur hinc (ſtante alterutrâ dictarum hypotheſium) quòd ſi ab imo, aut ſublimi puncto circuli, ad horizontem perpendiculariter erecti ſecundùm diametrum *a c*, ducantur quælibet plana vſque ad circunferentiam inclinata, vt *c d*, *a b*; impetus cuiuslibet grauis *a* in *a b*, & cuiuslibet grauis *d* in *d c*, erunt inter

(a) 24. *huius*. (b) 24. *huius*.

inter ſe, & ad impetum cuiuslibet grauis *a* in *a c*, vt ipſæ *a b*, *d c*, & diameter *a c*. Nam, ductis *c b*, & *a d*, recti erunt in ſemicirculo anguli *a b c*, *a d c*. Igitur impetus quorumlibet grauium in *a b*, *b c*, *a d*, *d c*, erunt inter ſe, & ad impetum cuiuslibet grauis *a* in *a c*, vt ipſæ *a b*, *b c*, *a d*, *d c*, & diameter *a c*.

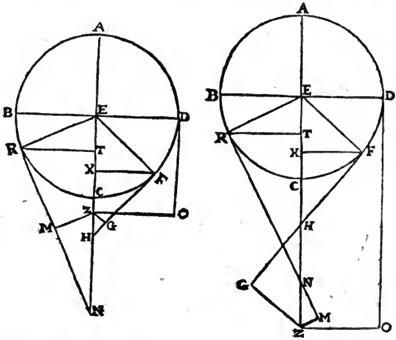
PROPOSITIO VIGESIMANONA.



E*ſto circulus, cuius diametri* a c, b d *ſeſe ad rectos angulos interſecent in centro* e. *Aſſumptis autem in circumferentiâ duobus quibuslibet punctis* r, *&* f, *deſignetur etiam (excepto centro* e) *in alterutrâ diametro ad libitum protractâ, vt* a c, *quoduis punctum* z; *vnde ad contingentes* r n, f h *occurrentes prædictæ* a c *in* n, *&* h, *demittantur perpendiculares* z m, z g. *Dico ita fore inter ſe contingentes* r m, f g, *vt ſinus recti* r t, f x, *perpendiculariter demiſſi ad diametrum* a c.

DVcatur enim ad contingentem *d o* perpendicularis *z o*, & iungatur *e f*. Porrò, ad vitandam confuſionem linearum, eandem ipſam rem pluribus figuris exhibebimus, pro caſuum diuerſitate. Itaque puncta *r*, & *f* aſſumpta ſint in circunferentiâ ſemicirculi *b c d*, ad cuius nempe partes deſignatum ponitur in diametro *a c* prædictum punctum *z*. Triplex autem fingi poteſt caſus, relatè ad contingentem *f h*; vel quòd punctum *z* congruat cum puncto *h*; vel quòd cadat inter puncta *e*, & *h*; vel quòd exiſtat vltra ipſum punctum *h*: Vbi ob-

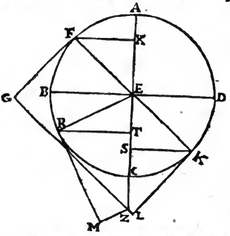
ſerua, eiſdem planè verbis proceſſuram demonſtrationem; ſeu punctum *z* vbilibet locatum ſit inter puncta, *e*, *x*, *c*, *b*; ſeu congruat cum puncto *x*, aut cum puncto *c*. Et quidem in primo caſu, etiam punctum *g* congruet cum puncto *b*. Quare, propter ſimi-



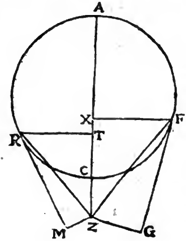
litudinem triangulorum, ita erit *eb*, ſiue *ez*, hoc eſt *do* ad *fh*, aut *fg*, vt *ef*, ſiue *de* ad *fx*. In alijs verò duobus caſibus, rurſum propter ſimilitudinem triangulorum, ita erit *eh* ad *fh*, & *zh* ad *hg*, vt *ef*, ſiue *ed* ad *fx*: Quare diuidendo, aut componendo, ita erit pariter *ez*, ſeu *do* ad *fg*, vt *ef*, ſeu *de* ad *fx*. Pari ratione, ſi iungatur *er*, ita oſtendetur eſſe *do* ad *rm*, vt *de* ad *rt*; & conuertendo, ita *rm* ad *do*, vt *rt* ad *de*. Igitur ex æquo, ita erit contingens *rm* ad contingentem *fg*, vt ſinus rectus *rt* ad ſinum rectum *fx*.

Quòd

Quòd ſi punctum *f* aſſumptum fuerit in circumferentiâ alterius ſemicirculi *b a d*: protractâ *f e* vſque ad circumferentiam in *k*, demittatur ad contingentem *k l* perpendicularis *z l*, & ad diametrum *a c* perpendicularis *k s*. Conſtat ex elementis, æquales fore ipſas *k l*, *f g*, atque item *k s*, *f x*. Oſtendetur autem, vt ſuprà, ita eſſe contingentem *r m* ad contingentem *k l*, vt ſinus rectus *r t* ad ſinum rectum *k s*. Igitur ita etiam erit rurſum contingens *r m* ad contingentem *f g*, vt ſinus rectus *r t* ad ſinum rectum *f x*.



Poſtremò, ſi vtrunque punctum *r*, & *f* aſſumptum fuerit in circumferentiâ alterius ſemicirculi *b a d*, idem pariformiter euincetur. Itaque conſtat propoſitum.

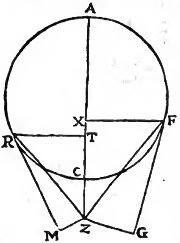


PROPOSITIO TRIGESIMA.

Stante alterutrâ iam dictarum hypotheſium; vel quòd æquales vbiuis ſint impetus grauium deorſum, ſed habeant directiones parallelas; vel quòd directiones habeant in vnum commune centrum conuergentes, ſed impetus proportionati ſint diſtantijs ab ipſo centro: Si duo qualibet grauia f, *&* r *conſtituta intelligantur in circumferentiâ cuiuſuis circuli, ad horizontem perpendiculariter*

 erectò

erecti ſecundùm diametrum a c; *eorum impetus ex quiete ſecundùm contingentes, ita erunt inter ſe, vt ſinus recti* f x, r t, *perpendiculariter demiſſi ad diametrum* a c.



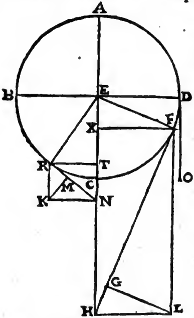
ET quidem pro ſecundâ hypotheſi, centrum commune ſit *z*, quod alicubi reperietur in diametro *a c* ad libitum protractâ. Iungantur *z f*, & *z r*; ſintq; *z g*, *z m* perpendiculares contingentibus *f g*, *r m*. Iam verò, impetus ſubnaſcens ſecundùm *f g* ita erit (a) ad impetum primigenium ſecundùm *f z*, vt *f g* ad *f z*. Ponitur etiam impetus primigenius ſecundùm *f z* ad impetum primigenium ſecundùm *r z*, vt *f z* ad *r z*. Impetus autem primigenius ſecundùm *r z* ita eſt (b) ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r m*, vt *r z* ad *r m*. Igitur ex æquo, ita eſt impetus ſubnaſcens ſecundùm *f g* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r m*, vt contingens *f g* ad contingentem *r m*, ſiue (per præcedentem) vt ſinus rectus *f x* ad ſinum rectum *r t*. Quod erat demonſtrandum.

Pro primâ autem hypotheſi, ſeſe ad rectos angulos interſecent in centro *e* diametri *a c*, *b d*. Puncta autem *f*, & *r* aſſumpta ſint in circumferentiâ ſemicirculi inferioris *b c d*. Itaque contingentes *f h*, *r n* occurrant diametro *a c* protractæ, in *h*, & *n*. Ducatur quælibet *d o* parallela ipſi *a c*, ad quam demittantur perpendiculares *f x*, *r t*: completiſque rectangulis *f x h l*, *r t n k*, ducantur ad *f h*, & *r n*, perpendiculares *l g*, *k m*; ac tandem iungantur *e f*, *e r*. Iam verò, propter ſimilitudinem triangulorum, ita erit *e f*, ſeu *d e* ad *f x*, vt *f h* ad *h x*, aut *l f*, hoc eſt vt

l f

(a) 24. *huius*. (b) 24. *huius*.

lf ad *fg*, nimirum vt impetus primigenius (a) ſecundùm *fl* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *fg*. Ponuntur autem æquales impetus primigenij ſecundùm *fl*, & ſecundùm *do*. Igitur ita eſt impetus primigenius ſecundùm *do* ad prædictum impetum ſubnaſcentem ſecundùm contingentem *fg*, vt *de* ad *fx*. Pari ratione, & conuertendo, oſtendetur ita eſſe impetum ſubnaſcentem ſecundùm contingentem *rm* ad impetum primigenium ſecundùm contingentem *do*, vt *rt* ad *de*. Igitur ex æquo, ita erit impetus ſubnaſcens ſecundùm contingentem *rm* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm contingentem *fg*, vt ſinus rectus *rt* ad ſinum rectum *fx*. Quòd ſi alterutrum, aut vtrunque punctum *f*, & *r* aſſumptum fuerit in circunferentiâ ſemicirculi ſuperioris *bad*, idem tamen euincetur adhibitâ methodo ſuperioris propoſitionis. Itaque etiam in primâ hypotheſi ita erunt inter ſe impetus ſecundùm contingentes, vt ipſi ſinus recti *fx*, *rt* perpendiculariter demiſſi ad diametrum *ae*. Quod erat demonſtrandum.



NEO-

(a) 24. *huius*.

NEO-STATICÆ

LIBER SECVNDVS.

SYNOPSIS.

Librum hunc paruæ molis haud minimi facies, erudite Lector. Primus Archimedes, alijque poſt ipſum non pauci conati ſunt geometricè demonſtrare æquilibrium in puncto ſectionis reciprocam cum ponderibus brachiorum rationem exhibente. Pleriſque tamen Geometris ſatisfactum non eſt. Cur autem voti compotes facti non ſint huiuſce rei indagatores, ſatis puto, ex hoc libro conſtabit. Nam demonſtrat, in eâ ſolâ hypotheſi verum id eſſe, quæ impetus grauium ex quiete proportionatos facit diſtantijs à centro communi ipſorum grauium. Præterea tum vniuerſim, tum præſertim in communi hucuſque hypotheſi, quæ ex quacunque diſtantia prædictos impetus æquales facit, puncta æquilibrij geometricè aſſignat. Accedit etiam demonſtratio de ſemper eodem grauitatis centro vniuſcuiuſque corporis vbilibet conſtituti.

DEFINITIONES.

1 NOmine libræ intelligimus rectam quandam inflexilem, omnis ex ſe grauitatis, ac motus expertem, quæ quidem, cæteroquin immobilis, verti poſſe duntaxat intelligitur circa vnum ſuum punctum.

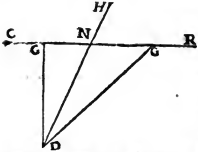
2 Punctum autem eiuſmodi appellabimus centrum motus.

3 Centrum æquilibrij dicimus punctum illud libræ, quod ipſum ſi fuerit centrum motus, pondera impetu aliquo citata, ab extremis libræ appenſa, ſiue in ipſius extremis conſtituta, manebunt in ſuo ſitu quieta, nimirum propter adæquatam hinc inde virium eliſionem. Siue, centrum æquilibrij eſt illud punctum libræ, per quod, ſecundùm naturalem impetus compoſiti directionem, citari intelligitur ad motum ipſa libra cum ſuis adiunctis ponderibus.

4 Libram horizontalem appellamus illam, ad quam perpendicularis eſt recta iungens centrum motus, & centrum commune grauium.

5 Centrum grauitatis dicimus punctum illud cuiuslibet grauis, per quod tranſit naturalis directio impetus compoſiti versùs centrum commune grauium; in quam nempe coire debere intelliguntur impetus naturales versùs ipſum centrum omnium ſimul partium eiusmodi grauis.

AXIOMATA.



1 SI recta quædam inflexilis *cr* cieatur impetu ſecundùm *nd*, aut *dn*, & ipſum eius punctum *n* dimoueri è ſuo loco non poſſit; manebit ipſa in ſuo ſitu immota.

2 Sin autem, manente fixo puncto *n*, cieatur impetu ſecundùm *gd*, aut *dg*, & ipſum eius punctum *g* dimoueri poſſit è ſuo

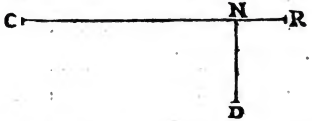
ſuo

Digitized by Google

ſuo loco; vertetur ipſa circa punctum *n*: & quidem ad partes anguli *gnd*, aut anguli *gnb* (protractâ nimirum in *b* ipsâ *dn*) prout impetus fuerit vel ſecundùm *gd*, vel ſecundùm *dg*.

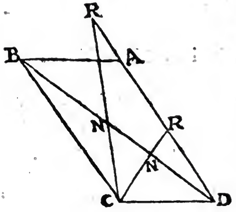
POSTVLATVM.

EXiſtente *d* centro communi grauium, rectus ſit angulus *rnd*: data ſint etiam duo quælibet grauia *r*, & *c*, quorum primum



conſtitutum intelligatur in ipſo puncto *r*. Poſtulamus reperiri poſſe in rectâ *rn* in infinitum protractâ quoddam punctum *c*, in quo ſi locetur alterum graue *c*, dictorum grauium æquilibrium habeatur in puncto *n*.

PROPOSITIO PRIMA.



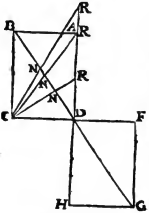
SI ab angulo c *cuiuſuis parallelogrammi* abcd *recta quadam* cr *ducatur, quæ ſecet diametrum* bd *in* n, *& latus* da, *protractum, ſi opus fuerit, in* r: *Dico* cr *ita ſectam eſſe in* n, *vt ratio* cn *ad* nr *æqualis ſit rationi lateris* da *ad* dr, *interiectam inter ipſam* cr, *& latus alterum* cd.

NAm, propter parallelas *cb*, *dr*, & æquales angulos ad verticem *n*, ſimilia ſunt triangula *cnb*, *rnd*. Quare ita erit *cn* ad *nr*, vt *cb*, ſiue *da* ad *dr*. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO SECVNDA.

SI quoddam pondus d, *conſtitutum in ipſo angulo* cdr, *duplici impetu citatum intelligatur, vno ſecundùm* dc, *altero ſecundùm* dr. *Dico pondus illud, ex vi impetus compoſiti, rectam quandam deſcripturum, qua ita ſecabit in* n *iunctam* cr, *vt ratio* cn *ad* nr *componatur ex ratione directâ ipſius* cd *ad* rd, *& ex reciprocâ impetus ſecundùm* dr *ad impetum ſecundùm* dc.



SIt enim impetus ſecundùm *dc* ad impetum ſecundùm *dr*, vt ipſa *dc* ad quandam *da* ſumptam in ipſâ *dr*, ſi opus fuerit, protractâ. Compleatur parallelogrammum *abcd*, cuius diameter *db*. Deſcribet pondus *d*, ex vi (a) impetus compoſiti, ipſam *db*: eritque, per præcedentem, iuncta *cr* ita ſecta in *n* à diametro *db*, vt ratio *cn* ad *nr* æqualis ſit rationi lateris *da* ad *dr*, interiectam inter ipſam *cr*, & latus alterum *cd*. At ratio *da* ad *dr* componitur ex rationibus *da* ad *dc*, & *dc* ad *dr*. Igitur ex eiſdem rationibus componitur ratio *cn* ad *nr*, nimirum ex reciprocâ impetuum, & ex directâ ipſius *cd* ad *rd*. Quod erat &c.

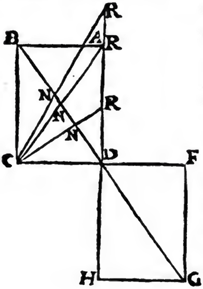
PROPOSITIO TERTIA.

IDem autem ſequetur, mutatis mutandis, ſi directiones illorum impetuum ſint quidem latera dc, dr, *ſed versùs partes oppoſitas baſi* cr.

NAm (protractis *ad*, *cd* in *b* & *f*) æquales ſiat *bd*, *fd* ipſis *ad*, *cd*: compleaturque parallelogrammum *fdbg*. Quo-

(a) 25. *noſtri primi.*

niam pondus *d* duobus impetibus citatum intelligitur, vno ſecundùm *c d*, ſeu *d f*, altero ſecundùm *r d*, ſeu *d h*, qui ita ponuntur inter ſe, vt *c d* ad *a d*, ſeu *d f* ad *d h*; deſcribet vtique, ex vi (a) impetus compoſiti, diametrum *d g*. Hæc autem protracta versùs partes baſis *c r* coibit, ex elementis, in alteram diametrum *d b*; ac propterea, per præcedentem, ita ſecabit in *n* iunctam *c r*, vt ratio *c n* ad *n r* componatur ex ratione directâ ipſius *c d* ad *r d*, & ex reciprocâ impetus ſecundùm *d r* ad impetum ſecundùm *d c*, ſiue impetus ſecundùm *r d* ad impetum ſecundùm *c d*; cum iſti impetus prioribus reſpectiuè æquales ſtatuantur. Hoc autem erat demonſtrandum.



PROPOSITIO QVARTA.

Iam verò, recta inflexilis c r *conſideretur tanquam libra, de cuius extremis* c, *&* r *pendere intelligatur pondus* d, *conſtitutum in ipſo angulo* c d r, *cum impetibus ſecundùm* c d, *&* r d *versùs partes oppoſitas ipſi* c r. *Dico centrum æquilibrij eſſe in puncto* n, *quod ita diuidit rectam* c r, *vt ratio* c n *ad* n r *componatur ex ratione directâ ipſius* c d *ad* r d, *& ex reciprocâ impetus ſecundùm* r d *ad impetum ſecundùm* c d.

NAm (*fig. præc.*) duo prædicti impetus oſtenſi ſunt omnino coaleſcere in impetum ſecundùm *d g*, ſeu *n d*. Si autem pondus *d* appenſum intelligatur ex puncto *n*, cum ſolo impetu ſecundùm *n d*, nullatenus mouere poterit è ſuo ſitu libram *c r*; dum aliàs ipſa quidem libra *c r* vertibilis ponatur circa punctum *n*, ſed ipſum tamen punctum *n* immobile in ſuo loco ſtatuatur

(a) 25. *noſtri primi*.

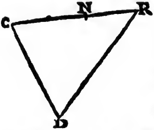
tur. Igitur idem ſequetur ſi pondus *d* citatum intelligatur duplici prædicto impetu. Quare punctum *n* ipſum eſt centrum æquilibrij. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO QVINTA.

R*Vrſum idem pariformiter ſequetur, ſi pondus* d *præditum intelligatur duplici impetu ſecundùm* d c, *&* d r, *nimirum versùs partes ipſius* c r.

NAm (ſtante eâdem figurâ) duo illi impetus, ſecundùm quos pondus *d*, in ipſo angulo *c d r* conſtitutum, vrgere intelligitur ad motum libram *c r* per extrema ipſius puncta *c*, & *r*, oſtenſi ſunt omnino coaleſcere in impetum ſecundùm *d b*, ſeu *d n*. Atqui, vt in præcedente, ſi pondus *d* ſolo impetu ſecundùm *d n* præditum intelligatur, nullatenus mouere poterit à ſuo ſitu libram *c r*: igitur neque id poterit, ſi duplici prædicto impetu præditum intelligatur. Quare in hoc etiam caſu centrum æquilibrij eſt punctum *n*, quod nimirum ita diuidit rectam *c r*, vt ratio *c n* ad *n r* componatur ex ratione directâ ipſius *c d* ad *r d*, & ex reciprocâ impetus ſecundùm *d r* ad impetum ſecundùm *d c*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO SEXTA.

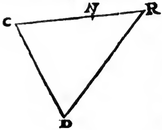


S*I duo æqualia pondera* c, *&* r *conſtituta intelligantur in extremis libræ* c r, *cum reſpectiuis impetibus ſecundùm* c d, r d, *aut* d c, d r: *Dico centrum æquilibrij fore in puncto* n, *quod ita diuidit ipſam* c r, *vt ratio* c n *ad* n r *componatur ex ratione directâ ipſius* c d *ad* r d, *& ex reciprocâ impetus ſecundùm* r d, *aut* d r, *ad impetum ſecundùm* c d, *aut* d c.

H 2 Nam

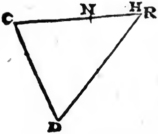
Digitized by Google

NAm perinde ſe habet, ſeu duo prædicta pondera conſtituta intelligantur in extremis ipſius libræ *cr*, ſeu vbicunque in lineâ ſuarum directionum; dum (a) nimirum, vbicunque locentur, æquali vi motrice, & ſub eâdem omnino directione citare intelligantur ad motum ipſam *cr* per extrema ipſius puncta *c*, & *r*. Itaque conſtituta intelligantur in puncto *d*, quod eſt vtrarumque directionum concurſus. Rurſum perinde ſe habet, ſeu duo diſtincta pondera locata intelligantur in *d*, ſiue vnum tantùm cum duobus illis impetibus, & ſub eiſdem directionibus. At, ſi vnum tantùm ſit pondus, conſtat ex præcedentibus, quòd prædictum punctum *n* erit centrum æquilibrij. Igitur idem etiam ſequetur in iſto caſu. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO SEPTIMA.

I*Am verò, ſiue æqualia, ſiue inæqualia pondera* c *&* r *conſtituta intelligantur in extremis libræ* c r. *Dico centrum æquilibrij fore in puncto* n, *quod ita diuidit ipſam* c r, *vt ratio* c n *ad* n r *componatur ex ratione directâ ipſius* c d *ad* r d, *& ex reciprocâ momenti ponderis* r *ad momentum ponderis* c.



SI enim pondera ſint æqualia, res liquet ex præcedente, cùm ponderum æqualium ita ſe habeat momentum ad momentum, vt impetus ad impetum. Sin verò ſint inæqualia; in eodem tamen puncto, in quo æquilibrata cenſentur pondera inæqualia *c*, & *r*, conſiſtet æquilibrium, ſi loco ponderis

(a) *ax. 5. noſtri primi.*

ris *r* ſubſtitui intelligatur in *r* pondus alterum *b*, quod ipſum æquale ſit quidem ponderi *c*, ſed æquale habeat momentum ponderis *r* ſub eâdem prorſus directione. In eodem, inquam, puncto (a) conſiſtet æquilibrium, cùm in vtroque æquales adſint vires motrices, atque eædem prorſus directiones. Stante autem æquilibrio in *n* æqualium ponderum *c* & *b* in extremis libræ *c r* conſtitutorum, ratio *c n* ad *n r* componitur, vt iam nouimus, ex ratione directâ ipſius *c d* ad *r d*, ſiue *b d*, & ex reciprocâ momenti ponderis *b* ad momentum ponderis *c*. Igitur (cùm in eodem ipſo puncto *n* habeatur æquilibrium eiuſdem ponderis *c*, & alterius inæqualis ponderis *r*) ex eiſdem rationibus componetur ratio *cn* ad *n r*, nimirum ex directâ ipſius *c d* ad *r d*, & ex reciprocâ prædicti momenti ponderis *b* ad momentum ponderis *c*, ſiue æqualis momenti ponderis *r* ad idem momentum ponderis *c*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO OCTAVA.

H*Inc, ijsdem ſtantibus, ratio* c n *ad* n r *componitur ex ratione directâ ipſius* c d *ad* r d, *& ex reciprocâ tum ponderis ad pondus, tum impetus ſecundùm* r d *aut* d r, *ad impetum ſecundùm* c d *aut* d c.

COnſtat ex præcedente: Nam (b) ratio momenti ad momentum componitur ex homologis rationibus ponderis ad pondus, & impetus ad impetum.

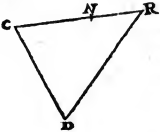
PROPOSITIO NONA.

H*Inc rurſum, ſi impetus prædicti proportionentur diſtantijs à puncto communi concurſus ſuarum directionum, nimirum ipſis* c d, r d; *centrum æquilibrij erit in puncto* n *diuidente libram* c r *in reciprocâ ratione ponderum.*

Nam

(a) *ax. 5. noſtri primi.* (b) *7. noſtri primi.*

NAm, habito æquilibrio in *n*, ratio *cn* ad *nr* componitur, per præcedentem, ex ratione directâ ipſius *cd* ad *rd*, & ex reciprocâ tum ponderis ad pondus, tum impetus ſecundùm *rd* aut *dr* ad impetum ſecundùm *cd* aut *dc*. Porrò autem prima harum rationum (a) eliditur per tertiam, dum impetus fuerint inter ſe, vt ipſæ diſtantiæ *rd*, *cd*. Igitur, hoc ſtante, ſola ſupereſt (b) ratio reciproca ponderis in *r* ad pondus in *c*, cui æquetur prædicta ratio *cn* ad *nr*; vt propterea ipſa libra *cr* diuidatur per punctum æquilibrij in reciprocâ ratione ponderum. Quod erat demonſtrandum.



LEMMA I.

R*Atio compoſita ex ratione cuiuslibet* a *ad quamlibet* b, *& ex inuerſâ ipſius* b *ad eandem* a, *eſt ratio æqualitatis.*



SIt enim vt *b* ad *a*, ita *b* ad *c*. Erit *c* æqualis ipſi *a*. Ratio autem compoſita ex rationibus *a* ad *b*, & *b* ad *c*, hoc eſt *b* ad *a*, erit ipſa ratio æqualitatis *a* ad *c*. Quod erat propoſitum.

LEMMA II.

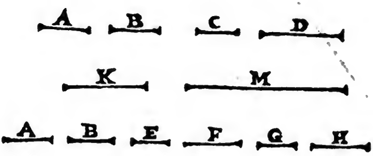
S*I ratio æqualitatis fuerit vna rationum componentium, eadem manebit ratio, quæ compoſita dicitur, ſiue ratio æqualitatis interueniat ad componendum, ſiue non.*

RAtio æqualitatis *a* ad *b*, & ratio *c* ad *d*, componant rationem *k* ad *m*. Dico, ſolam rationem componentem *c* ad *d* (excluſâ nempe ratione æqualitatis *a* ad *b*) æqualem eſſe

præ-

(a) *lem.* 1. *ſeq.* (b) *lem.* 2. *ſeq.*

prædictæ rationi compoſitæ *k* ad *m*. Nam ratio *k* ad *m*, hoc eſt compoſita ex rationibus *c* ad *d*, & *a* ad *b*, æqualis eſt rationi rectanguli ex *c* in *a* ad rectangulum ex *d* in *b*. Atqui, propter



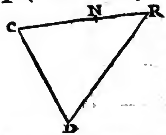
æquales altitudines *a*, & *b*, ratio rectanguli ex *c* in *a* ad rectangulum ex *d* in *b*, æqualis eſt rationi baſis *c* ad baſim *d*: igitur ratio compoſita *k* ad *m* æqualis eſt ſoli rationi componenti *c* ad *d*. Quòd ſi ratio *k* ad *m* compoſita fuerit ex ratione æqualitatis *a* ad *b*, & præterea ex rationibus *e* ad *f*, & *g* ad *h*; ſimiliter (excluſâ ratione æqualitatis *a* ad *b*) æqualis illa erit rationi compoſitæ ex reliquis componentibus *e* ad *f*, & *g* ad *h*. Ratio enim *c* ad *d* compoſita ſit ex rationibus *e* ad *f*, & *g* ad *h*. Igitur ratio *k* ad *m* compoſita erit ex ratione æqualitatis *a* ad *b*, & ex ratione *c* ad *d*. Quare, vtſuprà, ratio *k* ad *m* æqualis erit ſoli rationi componenti *c* ad *d*, hoc eſt rationi compoſitæ ex rationibus *e* ad *f*, & *g* ad *h*. Quod erat propoſitum.

PROPOSITIO DECIMA.

N*Equit autem, ſtante æquilibrio in* n, *ita eſſe* cn *ad* nr, *vt reciprocè pondus in* r *ad pondus in* c, *quin impetus ſecundùm prædictas directiones ſint proportionati diſtantijs à puncto communi concurſus.*

Nam,

NAm, ex præoſtenſis, ratio *c n* ad *n r* componitur (a) ex ratione directâ ipſius *c d* ad *r d*, & ex reciprocâ tum ponderis in *r* ad pondus in *c*, tum impetus ſecundùm *r d* aut *d r*, ad impetum ſecundùm *c d* aut *d c*. Quare, vt eadem ratio *c n* ad *n r* æquetur ſoli rationi reciprocæ ponderis in *r* ad pondus in *c*; debent reliquæ duæ rationes componentes, nimirum prima, ac tertia, ſe inuicem (b) elidere, hoc eſt in rationem æqualitatis coaleſcere. Igitur, cùm prima ratio ſit ipſius *c d* ad *r d*; tertia ratio, quæ eſt impetus ſecundùm *r d* aut *d r*, ad impetum ſecundùm *c d* aut *d c*, erit inuersè ipſius *r d* ſeu *d r*, ad *c d* ſeu *d c*, nimirum diſtantiæ ad diſtantiam. Itaque libra ſecari nequit per punctum æquilibrij in reciprocâ ratione ponderum, quin ipſorum impetus proportionentur diſtantijs à puncto communi concurſus ſuarum directionum. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO VNDECIMA.

HInc, ſi æquilibrium ponderum, ſuapte naturâ verſùs centrum aliquod commune tendentium, ſit in puncto diuidente libram in reciprocâ ratione ipſorum ponderum, manifeſtum eſt, quòd impetus naturales ex quiete omnium grauium verſùs centrum commune proportionantur ipſis diſtantijs.

SInt enim duo quælibet pondera vbilibet locata in punctis *c*, & *r*. Jungatur *c r*, quæ conſideretur tanquam libra; ſitque punctum *d* centrum commune grauium. Pondera locata in *c*, & *r* cum ſuis naturalibus impetibus ex quiete verſùs centrum commune *d*, æquilibrata erunt, ex hypotheſi, in quodam puncto *n* diuidente libram *c r* in reciprocâ ratione ipſorum ponderum. Nequit autem, per præcedentem, id eſſe, quin impetus ipſi verſùs *d* propor-

(a) 8. *huius*. (b) *lem.* 2. *præc.*

Digitized by Google

portionentur diſtantijs *r d*, *c d*. Igitur, ſtante præmiſsâ hypotheſi, impetus naturales ex quiete quorumlibet grauium versùs centrum commune proportionantur ipſis diſtantijs. Quod erat &c.

PROPOSITIO DVODECIMA.

Sin autem, ſtante æquilibrio in n, *ſtatuantur æquales impetus ſecundùm* c d, r d, *aut* d c, d r; *ratio* c n *ad* n r *componetur ex ratione directâ ipſius* c d *ad* r d, *& ex reciprocâ ponderis in* r *ad pondus in* c.

NAm, ex præoſtenſis, ratio *cn* ad *nr* componitur (a) ex ratione directâ ipſius *cd* ad *rd*, & ex reciprocâ momenti ponderis in *r* ad momentum ponderis in *c*. Atqui, ſtante æqualitate prædictorum impetuum, ita (b) eſt momentum ponderis in *r* ad momentum ponderis in *c*, vt pondus in *r* ad pondus in *c*. Igitur, eo ſtante, ratio *cn* ad *nr* componitur ex ratione directâ ipſius *cd* ad *rd*, & ex reciprocâ ponderis in *r* ad pondus in *c*. Quod erat demonſtrandum.

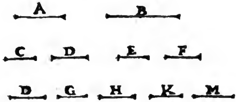
PROPOSITIO DECIMATERTIA.

SI quædam ratio ex duabus, aut pluribus rationibus componatur, quælibet rationum componentium compoſita erit ex datâ ratione compoſitâ, & ex alijs rationibus componentibus inuerſim acceptis.

SIt enim ratio *a* ad *b* compoſita ex rationibus *c* ad *d*, & *e* ad *f*. Dico alterutram rationem componentem, vt *c* ad *d*, componi ex ipsâ ratione compoſitâ *a* ad *b*, & ex alterâ ratione componente inuerſim ſumptâ, quæ eſt ipſius *f* ad *e*. Quoniam enim ratio compoſita ex rationibus *e* ad *f*, & *f* ad *e*, eſt ratio æqualitatis; ipſa ratio *c* ad *d* ex his tribus rationibus componetur,

(a) 7. *huius*. (b) 7. *noſtri primi, & lem.* 2. *poſt nonam huius*.

quæ ſunt *c* ad *d*, *e* ad *f*, & *f* ad *e*. Atqui ratio *a* ad *b* compoſita eſt ex duabus prioribus, nimirum *c* ad *d*, & *e* ad *f*: igitur



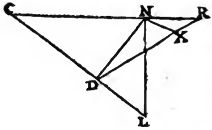
ratio componens *c* ad *d* componitur ex ipſâ ratione compoſitâ *a* ad *b*, & ex alterâ componente inuerſim ſumptâ, quæ eſt ipſius *f* ad *e*.

Quòd ſi ratio *a* ad *b* ex pluribus rationibus componatur, vt *c* ad *d*, *g* ad *h*, *k* ad *m*: oſtendetur adhuc, quòd quælibet rationum componentium, vt *c* ad *d*, componitur ex ipſâ ratione compoſitâ *a* ad *b*, & ex alijs duabus componentibus inuerſim ſumptis. Ratio enim *e* ad *f* compoſita ſit ex prædictis rationibus *g* ad *h*, & *k* ad *m*. Igitur ratio *a* ad *b* compoſita erit ex rationibus *c* ad *d*, & *e* ad *f*. Quare vt ſuprà, ratio *c* ad *d* componetur ex ipſâ ratione compoſitâ *a* ad *b*, & ex alterâ ratione componente inuerſim ſumptâ, quæ eſt ipſius *f* ad *e*. Quoniam verò ratio *e* ad *f* compoſita ponitur ex rationibus *g* ad *h* & *k* ad *m*; etiam conuertendo, ratio *f* ad *e* componetur ex rationibus *h* ad *g*, & *m* ad *k*. Igitur ratio componens *c* ad *d* componetur ex ipſâ ratione compoſitâ *a* ad *b*, & ex alijs duabus componentibus inuerſim ſumptis, quæ ſunt *h* ad *g*, & *m* ad *k*: Atq; ita, ſi plures adhuc fuerint rationes componentes. Igitur, ſi quædam ratio ex duabus, aut pluribus rationibus componatur, quælibet rationum componentium compoſita erit ex datâ ratione compoſitâ, & ex alijs rationibus componentibus inuerſim acceptis. Quod erat demonſtrandum.

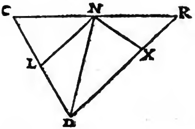
PRO-

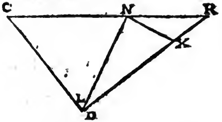
PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

SI impetus naturales grauium ex quiete verſùs centrum commune ſtatuantur in quacunque diſtantiâ æquales: demiſſis



ex puncto æquilibrij (qualiſcunque ſit angulus r n d*) rectis* n l, n x, *ad ipſas* c d, r d, *ſi opus fuerit, protractas; æquales ſint reſpectiuè anguli* x n r, l n c, *ipſis* n d r, n d c. *Dico ita fore pondus in* r *ad pondus in* c, *vt reciprocè* n l *ad* n x.

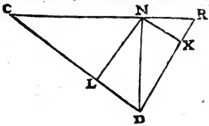




IUngatur *nd*. Ratio *cn* ad *nr* componetur (a) ex ratione directâ ipſius *cd* ad *rd*, & ex reciprocâ ponderis in *r* ad pondus in *c*. Igitur ratio ponderis in *r* ad pondus in *c* componitur (b) ex rationibus *cn* ad *nr*, & *rd* ad *cd*; ſiue ex rationibus *cn* ad *nr*, *rd* ad *nd*, & *nd* ad *cd*. Quoniam verò angulus *xnr* æqualis eſt angulo *ndr*, & angulus ad punctum *r* eſt communis; ſimilia erunt triangula *xnr*, *ndr*: atq; item, cùm angulus *lnc* æqualis ſit angulo *ndc*, & angulus ad punctum *c* communis; ſimilia erunt triangula *lnc*, *ndc*. Quare, propter triangula ſimilia, ratio *rd* ad *nd*, æqualis eſt rationi

(a) 12. *huius*. (b) 13. *huius*.

nr ad *nx*, & ratio *nd* ad *cd* æqualis rationi *nl* ad *cn*.



Igitur ratio ponderis in *r* ad pondus in *c* componetur ex rationibus *nl* ad *cn*, *cn* ad *nr*, & *nr* ad *nx*; ſiue æqualis erit rationi *nl* ad *nx*. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Conſtat autem ex elementis, ipſas *nl*, *nx* perpendiculares fore ad *cd*, *rd*, ſi angulus *rnd* fuerit rectus; vt propterea, exiſtente recto angulo *rnd*, pondera in *r*, & *c* conſtituta, ſint inter ſe in reciprocâ ratione perpendicularium, ex puncto æquilibrij demiſſarum ad ipſas *cd*, *rd*.

PROPOSITIO DECIMAQVINTA.

Exiſtente puncto d *centro communi grauium* (fig. præc.) *rectus ſit angulus* rnd, *habeatque pondus* r *ad quoddam alterum pondus* c *non minorem rationem*, *quàm ſit ipſius* rd *ad* rn. *Protendatur* rn *in quantamlibet longitudinem* rnc; *in cuius extremis* r, *&* c *locata intelligantur prædicta pondera*, *cum ſuis naturalibus impetibus ex quiete versùs centrum ipſum commune* d. *Dico nullatenus fieri poſſe*, *vt illa pondera æquilibrata exiſtant in* n, *ſi impetus naturales grauium ex quiete versùs centrum commune ſtatuantur in quacunque diſtantiâ æquales*.

Si enim fieri poteſt, æquilibrata exiſtant illa pondera in *n*, etiamſi æquales ſtatuantur eorum impetus naturales ex quiete versùs centrum commune *d*. Demiſſis ad *cd*, *rd*, perpendicu-

cularibus *nl*, *nx*; habebit pondus in *r* ad pondus in *c* rationem (a) æqualem illi, quæ eſt perpendicularis *nl* ad perpendicularem *nx*, atque adeò minorem illâ, quæ eſt ipſius *nd* ad *nx*, ſiue, propter triangula ſimilia, ipſius *rd* ad *rn*. Hoc autem eſt abſurdum, cùm ratio ponderis in *r* adpondus in *c* poſita ſit non minor eâ, quæ eſt ipſius *rd* ad *rn*. Igitur illa pondera habere nequeunt æquilibrium in *n*, ſi impetus naturales grauium ex quiete versùs centrum commune ſtatuantur in quacunque diſtantiâ æquales. Quod erat demonſtrandum.

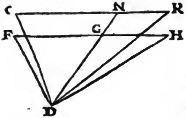
COROLLARIVM.

QVare, ſtante poſtulato huius libri, ſuſtineri non poteſt, quòd impetus naturales grauium ex quiete versùs centrum ſint in quacunque diſtantiâ æquales: & multò minùs, quòd in maiori diſtantiâ ſint minores; quod quidem facilè eruitur ex præmiſſis. Itaque in maiori diſtantiâ debent eſſe maiores.

ADMONITIO.

BReuitatis gratiâ: noſtram hypotheſim dicemus, quę vult impetus naturales grauium ex quiete versùs centrum proportionatos diſtantijs: communem autem, quæ iſtos impetus facit in quacunque diſtantiâ æquales.

PROPOSITIO DECIMASEXTA.

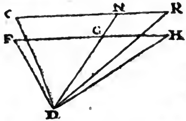


SI duo grauia c, *&* r, *in extremis libræ* c r *conſtituta, æquilibrata exiſtant in puncto* n; *ipſa autem libra* c r *intelligatur (e.gr.) accedere ad centrum commune* d, *deſcribente puncto* n *rectam* n d: *in noſtrâ quidem hypotheſi perſeuerabit ſem-*

(a) *cor. prac.*

per

per æquilibrium in eodem puncto n; *ſecus autem in hypotheſi communi.*



CLaritatis gratiâ: Facto acceſſu quolibet ad centrum commune d, tranſmutata intelligatur libra cnr in libram fgh. Iungantur dc, df, dr, dn, & dgn, quæ vnica erit recta. Erit fg ad gh, vt cn ad nr, ſiue (in noſtrâ hypotheſi) vt pondus r (a) ad pondus c, hoc eſt vt pondus in h ad pondus in f. Quare, cùm in noſtrâ hypotheſi pondera in h, & in f impetus habeant versùs centrum commune d proportionatos ipſis diſtantijs hd, fd, centrum æquilibrij erit (b) in puncto g, quod vtique reſpondet ipſi puncto n. Igitur in noſtrâ hypotheſi perſeuerat ſemper æquilibrium in eodem puncto n. Quod erat priore loco demonſtrandum.

Pro communi autem hypotheſi: Quoniam, ſtante ęquilibrio in n, ratio cn ad nr componitur (c) ex ratione directâ diſtantiæ cd ad diſtantiam rd, & ex reciprocâ ponderis in r ad pondus in c: ſi rurſum æquilibrium eorundem ponderum cenſeatur eſſe in eo puncto g libræ fh; ratio fg ad gh (hoc eſt eadem ratio cn ad nr) componetur (d) ex ratione directâ fd ad hd, & ex reciprocâ ponderis in h ad pondus in f, hoc eſt ponderis r ad pondus c. Quare (demptâ communi ratione ponderis r ad pondus c), ratio cd ad dr æquabitur rationi fd ad hd. Abſurdum autem id eſſe, facilè oſtenditur ex elementis. Igitur æquilibrium nequit eſſe in puncto g, quod vtique reſpondet ipſi puncto n. Quare in communi hypotheſi non perſeuerat æquilibrium in eodem puncto n. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

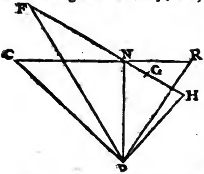
PRO-

(a) *9. huius.* (b) *9. huius.* (c) *12. huius.* (d) *12. huius.*

PROPOSITIO DECIMASEPTIMA.

SI duo grauia c, *&* r, *in extremis libræ horizontalis* c r *conſtitutæ, æquilibrata exiſtant in puncto* n, *quod ipſam ſit centrum motus; manente autem fixo puncto* n, *intelligatur ipſa libra ad horizontem inclinari: in noſtrâ quidem hypotheſi perſeuerabit æquilibrium in eodem puncto* n, *vt propterea ipſa libra immota maneat in eo nouo ſitu; ſecus autem in hypotheſi communi.*

CLaritatis gratiâ: Libra *c n r* tranſmutata ſit in libram *f n h*; ſitque angulus *f n d* (iunctâ nimirum *d n*) maior angulo *c n d*. Iungantur *d c*, *d f*, *d r*, *d h*. Erit *f n* ad *n h*, vt *c n* ad *n r*; ſiue, in noſtrâ hypotheſi, vt pondus *r* (a) ad pondus *c*, hoc eſt vt pondus in *h* ad pondus in *f*. Quare, cùm in noſtrâ hypotheſi pondera in *h*, & in *f* impetus habeant proportionatos ipſis diſtantijs *h d*, *f d*; centrum æquilibrij erit in eodem puncto *n*, atque adeò libra *f n g* in eodem (b) ipſo ſitu immota manebit.



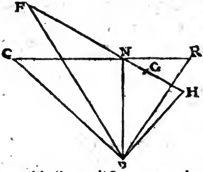
Quod e[illegible]riore loco demonſtrandum.

Pro c[illegible]muni autem hypotheſi: Quoniam, ſtante æquilibrio in puncto *n* libræ *c r*, ratio *c n* ad *n r* componitur (c) ex ratione directâ diſtantiæ *c d* ad diſtantiam *r d*, & ex reciprocâ ponderis in *r* ad pondus in *c*: ſi rurſum æquilibrium eorundem ponderum cenſeatur eſſe in eodem puncto *n* libræ *f h*; ratio *f n* ad *n h* (hoc eſt eadem ratio *c n* ad *n r*) componetur (d) ex ratione directâ diſtantiæ *f d* ad diſtantiam *h d*, & ex reciprocâ ponderis in

(a) 9. *huius*. (b) *ax.* 1. *huius*. (c) 12. *huius*.
(d) 12. *huius*.

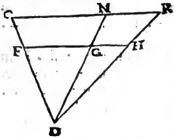
Digitized by Google

in *b* ad pondus in *f*, hoc eſt ponderis *r* ad pondus *c*. Quare (demptâ communi ratione ponderis *r* ad pondus *c*) ratio *cd* ad *rd* æquabitur rationi *fd* ad *hd*. Abſurdum autem id eſſe, facilè oſtenditur ex elementis: Nam, exiſtentibus prædictis, *fd* maior erit quàm *cd*, & *rd* maior quàm *hd*. Itaque ratio cuiuſdam *fg* (maioris quàm *fn*) ad *gh*, componetur (a) ex ratione directâ *fd* ad *hd*, & ex reciprocâ ponderis in *b* ad pondus in *f*. Quare, in communi hypotheſi, punctum illud *g* erit in libra *fb* centrum æquilibrij prædictorum ponderum; atque adeò non manebit libra *fb* immota in eo ſitu, ſed vertetur (b) circà punctum *n* ad partes anguli *hnd*, nimirum vt perueniat ad congruendum cum ipsâ *nd*. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.



PROPOSITIO DECIMAOCTAVA.

SI duo grauia c, *&* r, *in extremis libræ* cr *conſtituta, æquilibrata exiſtant in* n; *alia verò æqualia reſpectiuè grauia* f, *&* h *intelligantur liberè ſuſpenſa filis* cf, rh. *In noſtrâ quidem hypotheſi (iunctis* fh, dn; *quæ ſe interſecent in puncto* g) *non habebitur horum poſteriorum grauium æquilibrium in puncto* g, *niſi recta* fh *ſit parallela ipſi* cr: *in communi autem hypotheſi erit* g *centrum æquilibrij, etiamſi recta* fh *non ſit parallela ipſi* cr.



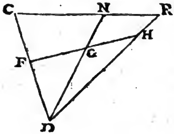
QVoniam enim punctum *d* ſtatuitur pro centro communi grauium; rectæ *cf*, *rh* portiones erunt ipſarum *cd*, *rd*.

Porrò

(a) 12. *huius*. (b) *ax*. 2. *huius*.

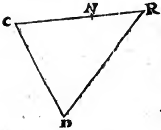
Porrò autem in noſtrâ hypotheſi: Si prædicta grauia *f*, & *h* æquilibrata exiſtant in *g*, ita (a) erit *fg* ad *gh*, vt pondus *h* ad pondus *f*, ſiue vt pondus *r* ad pondus *c*, hoc eſt vt *cn* ad *nr*. Quare, ex elementis, *fg* parallela erit ipſi *cn*. Quòd erat priore loco demonſtrandum.

Pro communi autem hypotheſi: Quoniam pondera *f*, & *h* perinde incitant ad motum libram *cr*, atque ipſa pondera *c*, & *r*; cùm vtrobique adſint æquales impetus æqualium reſpectiuè ponderum, ſub eiſdem reſpectiuè directionibus; vis tractiua erit (b) vtrobique ſecundùm eandem *dn*, hoc eſt *dg*. Quare, in communi hypotheſi, punctum *g* erit centrum æquilibrij ponderum *f*, & *h*, in extremis libræ *fh* conſtitutorum; ſeu recta *fh* parallela ſit ipſi *cr*, ſeu non. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.



PROPOSITIO DECIMANONA.

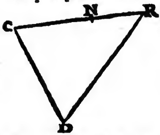
IN noſtrâ hypotheſi: Si duo grauia c, *&* r, *in extremis libræ* c r *conſtituta, æquilibrata exiſtant in* n, *perinde ſe habebunt, quo ad vim citandi ipſam* c r *ad motum versùs centrum commune* d, *ac ſi conſtituta eſſent in ipſo puncto* n *cum impetu ipſis naturaliter ex eo puncto conueniente versùs ipſum centrum commune* d.



NAm conſtat, quòd vis incitatiua ad motum erit (c) ſecundùm *nd*. Rurſum etiam patere ſatis poteſt ex ſuperioribus, quòd impetus iſte ſecundùm *nd* erit vt ipſa *nd* ad *cd*, & *rd*, repræſentatiuas

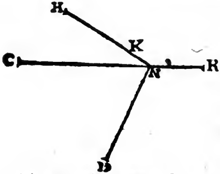
(a) 9. *huius*. (b) *ax.* 5. *noſtri primi*. (c) *def.* 3. *huius*.

tiuas impetuum naturalium ex quiete verſùs centrum commune *d* ex ipſis punctis *c* & *r*. Nam libra *c r* deſcendet ſecundùm *n d* vſque ad centrum *d* (quantùm eſt ex vi primorum impetuum naturalium ſuorum ponderum *c* & *r*, in ipſis punctis *c* & *r* conſtitutorum) æquali ipſo tempore, quo pondera *c* & *r* deſcenderent ſecundùm *c d*, & *r d* vſque ad idem centrum *d*. Manifeſtum eſt etiam, quòd in noſtrâ hypotheſi ponderibus *c* & *r* in puncto *n* conſtitutis idem impetus *n d* ſecundùm *n d* conueniret. Igitur in noſtrâ hypotheſi: Si duo grauia *c* & *r*, in extremis libræ *c r* conſtituta, æquilibrata exiſtant in *n*, perinde ſe habebunt, quo ad vim citandi ipſam *c r* ad motum verſùs centrum commune *d*, ac ſi conſtituta eſſent in ipſo puncto *n* cum impetu ipſis naturaliter ex eo puncto conueniente verſùs ipſum centrum commune *d*. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO VIGESIMA.

IN noſtrâ hypotheſi vnicum eſt, ac ſemper idem cuiuslibet corporis, vbilibet extra centrum commune conſtituti, centrum grauitatis: ſecus verò in communi hypotheſi.



NAm in noſtrâ hypotheſi, ſi duo quælibet grauia *c*, & *r* colligata intelligantur rectâ inflexili *c r*, æquilibrium habebunt (a) in quodam puncto *n* diuidente ipſam *c r* in reciprocâ ratione eorundem grauium; vbilibet conſtituta intelligatur libra *c r* extra centrum commune *d*. Rurſum etiam

(a) *ex 16., & 17. huius.*

etiam perinde ſe habebunt (a) versùs centrum *d*, ac ſi conſtituta eſſent in puncto *n* cum impetu *nd* ſecundùm *nd*. Quare, aſſumpto alio quolibet graui *b*, vbilibet extra centrum *d* conſtituto, ſi iungatur *bn*, centrum æquilibrij trium prædictorum ponderum erit, iuxta noſtram hypotheſim, in quodam puncto *k* diuidente ipſam *bn* in reciprocâ ratione duorum ſimul grauium *c*, & *r* ad graue *b*. Atque ita conſimiliter, ſi plura adhuc grauia colligari inuicem intelligantur. Porrò autem centrum æquilibrij ipſum erit centrum grauitatis, ſi ex quotcunque grauibus, hoc eſt ex quotcunque partibus, vnum aliquod graue componi intelligatur. Quare in noſtrâ hypotheſi vnicum erit, ac ſemper idem centrum grauitatis cuiuslibet corporis, vbilibet extra centrum commune conſtituti. At verò in communi hypotheſi, non idem haberi centrum æquilibrij, atque adeò centrum grauitatis cuiuslibet corporis, vbilibet extra centrum commune conſtituti, ſatis vtique patere poteſt ex (b) alibi oſtenſis. Quod erat propoſitum.

SCHOLIVM I.

SIn autem recta inflexilis *cr* cum ſuis adiunctis inæqualibus ponderibus *c*, & *r*, tranſire intelligatur per ipſum centrum commune *d*: in noſtrâ dumtaxat hypotheſi conſiſtere alicubi



poterit quieta, ſi nimirum centrum æquilibrij *n* incidat in ipſum centrum (c) commune *d*. Eo enim caſu ſatis patet adfutura hinc atq; hinc momenta ęqualia. At, in hypotheſi communi, momentum ponderis maioris *c* maius ſemper erit momento ponderis minoris *r*; quodcunque tandem ſit punctum ipſius *cr* incidens in centrum commune *d*. Quare nuſquam poterit, in communi hypotheſi, recta *cr* quieta conſiſtere, dum ſcilicet grauia ipſa *c*, & *r* redacta intelligantur in ipſa planè puncta *c*, & *r*.

(a) 19. *huius*. (b) *ex* 16. *&* 17. *huius*.
(c) *ex* 7. *noſtri primi, & lem.* 1. *poſt* 9. *huius*.

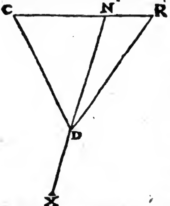
SCHOLIVM II.

EX dictis hactenus patet, centrum grauitatis, iuxta noſtram hypotheſim, in quacunque poſitione corporum, eſſe illud ipſum, quo huc vſque vſa eſt geometria: ſecus verò in communi; in quâ ita variatur, dum corpora accedunt ad centrum commune, vt in alia atque alia puncta, geometriæ huc vſque ignota, degeneret.

PROPOSITIO VIGESIMAPRIMA.

SI grauia habeant impetus æquales, ſed directiones habeant parallelas; habebitur nihilominus æquilibrium in puncto diuidente libram in reciprocâ ratione ipſorum ponderum.

COnſtituta enim ſint in extremis libræ *cr* duo grauia *c*, & *r* cum æqualibus impetibus, quorum directiones parallelæ ſint cuidam *xn*, quæ in puncto *n* diuidat ipſam *cr* in reciprocâ



ratione prædictorum ponderum. Dico in eo puncto *n* futurum æquilibrium. Ducantur ad *nx*, in infinitum protractam, duæ quælibet *cd*, *rd*. Conſtat pondera *c*, & *r* æquilibrium habitura (a) in puncto *n*, ſi ſtatuantur habere impetus versùs *d*, proportionatos ipſis diſtantijs *cd*, *rd*. Iam verò, ſi punctum *d* ſemper magis ponatur diſtans à puncto *n*; ipſæ *cd*, *rd* ſemper magis accedent ad æqualitatem, atque item ad parallelismum. Quare, ſi punctum *d* ponatur infinitè diſtans; conſiderari poterunt ipſæ *cd*, *rd*, tum vt inuicem æquales, tum etiam vt parallelæ. Conſtat autem manſurum ſemper æquilibrium in eodem puncto *n*. Igitur, ſi grauia habeant impetus æquales &c. Quod erat &c.

NEO-

(a) 9. *huius*.

NEO-STATICÆ
LIBER TERTIVS.

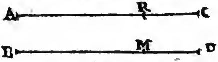
SYNOPSIS.

TRadiderat Galilæus, æqualia æqualibus temporibus velocitatis incrementa grauibus deſcendentibus accedere. Demonſtramus in hoc libro nouam planè hypotheſim. Scilicet, impetus in duabus æqualibus infiniteſimis temporis, à graui deſcendente conceptos, eam inter ſe rationem habere, quæ eſt diſtantiarum à centro ſeu communi, ſeu particulari grauium. Sumptis verò æqualibus infiniteſimis ſpatij, impetus inibi conceptos rationem habere compoſitam ex diſtantijs à centro, & ex particulis infiniteſimis temporis, quæ in percurrendis ſpatiolis aſſignatis impenduntur.

PRÆNOTANDA.

COmmuni hoc vocabulo cenſemus definitiones, axiomata, ac poſtulata. Breuitatis amor id ſuaſit; quia nempe hac ratione plura ſimul complecti poterimus citra confuſionem. Iam ſequuntur ipſa prænotanda.

1 Si duo mobilia *a* & *b* æquali tempore æquales rectas percurrant *ac*, *bd*; atque item æquali tempore duas quaslibet æqua-



les earundem portiones: manifeſtum vtique eſſe poteſt, quòd illa mobilia æquales obtinebunt impetus in duobus quibusvis ad æqualitatem correſpondentibus punctis; hoc eſt, æqualiter diſtantibus à terminis *a* & *b*. Nimirum, deſignatis in *ac*, *bd* duabus quibuslibet æqualibus portionibus *ar*, *bm*, impetus mobilis *a* in *r* æqualis erit impetui mobilis *b* in *m*. Atque ita ſemper, ſi duo quæuis alia ad æqualitatem correſpondentia puncta deſignata fuerint in ipſis æqualibus rectis *ac*, *bd*.

2 Hinc autem manifeſtum itidem fit, quòd dictorum mobilium impetus in duobus quibusuis ad æqualitatem correſpondentibus punctis, vel æquales ſibi ipſis conſtabunt ſine vllo detrimento, aut incremento inibi accepto; vel æquale inibi detrimentum patientur; aut æquale incrementum acquirent.

3 Quòd ſi dicta mobilia æquales habere ponantur impetus ab initio mòtus, nimirum in punctis *a*, *b*; ac rurſum fiat hypotheſis, quòd in duabus quibuslibet correſpondentibus infiniteſimis æqualibus ipſarum *ac*, *bd*, acquirant, aut deperdant impetus proportionatos infiniteſimis temporis, quibus illæ correſpondentes infiniteſimæ ſpatij percurri intelliguntur: mox enimverò conſtabit, æquali ſemper reſpectiuè impetu ipſas *ac*, *bd* à dictis mobilibus percurſum iri. Quoniam enim æquales ponuntur impetus in *a* & *b*; æquales itidem (*ex 2. noſtri primi*) futuræ ſunt moræ temporis in ipſis æqualibus infiniteſimis *a* & *b*, dum ſoli ſpectentur impetus ab initio poſiti. Quare (attento rurſum, iuxta factam hypotheſim, incremento, aut decremento impetus pro ratione morarum) conſtat ſanè, æquali ſemper reſpectiuè impetu proceſſura mobilia per ipſas æquales infiniteſimas *a*, & *b*; vt propterea tranſire intelligantur ad proximas æquales infiniteſimas cum im-

peti-

petibus æqualibus. Valebit autem eadem ratiocinatio pro ipſis proximis infiniteſimis. Atque ita ſemper. Itaque æquali ſemper reſpectiuè impetu percurrentur à dictis mobilibus ipſæ *a c*, *b d*.

4 Vniuerſim autem, vndecunque id oriatur, ſi prædicta mobilia æquali ſemper reſpectiuè impetu percurrant ipſas *a c*, *b d*: conſtat ſanè, æquali tempore tum ipſas *a c*, *b d*, tum quaslibet earum correſpondentes æquales portiones ab eiſdem mobilibus percurſum iri.

5 Porrò, claritatis gratiâ, nomen moræ adhibuimus (quod quidem notandum etiam venit pro ſequentibus) ad ſignificandam infiniteſimam temporis, in quâ percurri intelligitur aliqua infiniteſima ſpatij: non quòd inibi ſine omni motu mobile ſubſiſtat; ſed quia tota illa infiniteſima temporis portio inſumitur in percurrendâ illâ infiniteſimâ particulâ ſpatij. Hâc ratione dicimus aliquem ad aliquod tempus in aliquâ regione morari: non quaſi in eâ regione ſine omni motu permaneat: ſed quia pro eo tempore extra illam non egreditur.

Rurſum adhibemus infiniteſimas, ſeu temporis, ſeu ſpatij, hoc eſt particulas infinitè paruas, tanquam compendium à Geometris recentioribus inuentum ad euitandas operoſas prolixasque demonſtrationes circa curuas, quas priſci per inſcriptionem, & circumſcriptionem examinare conſueuerant. Eorum vſum tutiſſimum, rationesq; certiſſimas inuenies paſſim apud clariſſimos Geometras Liebnitium, Vallifium, Guidonem Grandum, Marchionem Hoſpitalium, Gabrielem Manfredum, atque alios, à quibus ſuperſedeo, ne longiori digreſſione benigno lectori moram inijciam.

6 Quandoquidem manifeſtâ experientiâ conſtat, quòd grauia in motu nouos & nouos ſucceſſiuè gradus impetus deorſum concipiunt; celeberrima fuit, ac receptiſſima hypotheſis Galilæana, quæ in ſingulis æqualibus temporibus æqualia velocitatis deorſum incrementa eiſdem attribuit. Hanc nos reijciemus. Interim autem, quoquo pacto grauium in motu augeri cenſeatur impetus deorſum; certè eorum motus per quamlibet infiniteſimam ſpatij (eâ tamen exceptâ, vnde incipit ex quiete motus) aſſumi poteſt tanquam

quam æquabilis, citra periculum erroris. Deſcenderit enim graue *a* ſecundùm *a z* ex *a* in *b*. Impetus totalis in *b*, aggregatus nempe ex omnibus ſimul impetibus ſingularibus, ſucceſsiuè à graui *a* conceptis in motu ex *a* in *b*, infinitam vtique dicit rationem ad impetum ſingularem, conceptum ab ipſo graui *a* in motu per infiniteſimam *b*. Vbi nota (quod etiam valebit pro ſequentibus) non appellari à me ſingularem prædictum impetum, quaſi totus ſimul concipiatur, cùm & ipſe ſucceſſiuè agglomeretur in motu ſucceſſiuo per ipſam infiniteſimam *b*; ſed ſolùm ad diſcrimen impetus totalis agglomerati in motu ex *a* in *b*. Quoniam igitur prædictus impetus ſingularis infinitè paruam rationem dicit ad impetum totalem iam aggregatum; conſtat ſanè, haberi poſſe tanquam æquabilem motum ipſius grauis *a* per infiniteſimam *b*. Eâdem ratione, ſi in *a b* deſignetur quædam alia infiniteſima *m*, tanquam æquabilis haberi poterit motus grauis *a* per infiniteſimam *m*. Quare, ſi æquales inter ſe fuerint ipſæ infiniteſimę *b*, & *m*, cenſere poterimus (*ex* 4. *noſtri primi*) ita fore moram infiniteſimam temporis in *b*, ſeu per *b*, ad moram infiniteſimam temporis in *m*, ſeu per *m*, vt reciprocè impetus totalis aggregatus ex *a* in *m* ad impetum totalem aggregatum ex *a* in *b*. Scilicet conſtat, defectum ab illâ ratione fore infinitè paruum, nimirum per quandam infiniteſimam ipſarum talium morarum temporis. Quare, cùm vtraque prędictarum morarum ſit portio infiniteſima cuiusuis temporis ſenſibilis, ſeu temporis dicentis rationem non infinitè paruam ad aliquod tempus ſenſibile; ſi morę temporis per ſingulas ęquales infiniteſimas ſpatiorum *a m*, *a b* prędictâ ratione determinentur, vt inde habeatur ratio temporis totalis ex *a* in *m* ad tempus totale ex *a* in *b*: perſpicuum erit conſideranti, defectum à veritate fore infinitè paruum, nimirum per quandam infiniteſimam vnius temporis ſenſibilis, ſeu temporis dicentis rationem non infinitè paruam ad aliquod tempus ſenſibile; qualia vtique ſunt ipſa tempora totalia ex *a* in *m*, & ex *a* in *b*. Hic autem defectus pro nullo habetur à geometris.



7 Quo-

Digitized by Google

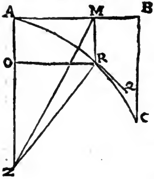
7 Quoniam frequens incidet mentio centri communis grauium, & centri particularis, ſubdere placet eorum definitiones præſenti inſtituto accommodatas. Itaque centrum commune eſt illud punctum, in quod omnia grauia ſponte ſuâ feruntur. Hinc impetus ſingulares, ſucceſſiuè à grauibus in motu concepti, ex ſuâ primigeniâ directione in eiuſmodi punctum conuergunt. Centrum verò particulare eſt punctum illud in quolibet plano, quod eſt proximius centro communi; ſiue, in quod cadit à centro communi recta perpendicularis ipſi plano.

8 Impetum ſemel ſponte conceptum, aut ab extrinſeco impreſſum, poſtulamus æternum eſſe, niſi quatenus oppoſito impetu elidatur. Et primò quidem de impetu ſponte concepto. Si enim alicubi deſinere is deberet ſine oppoſito impetu elidente, maximè id accideret in centro communi, ad quod nempe, ex ſuâ primigeniâ, eâque inuariatâ directione, reſpiciunt omnes impetus ſucceſsiuè concepti ab aliquo graui liberè deſcendente. Falſum autem id eſſe, ſuaderi commodè poteſt exemplo centri particularis: neque enim inibi graue ſubſiſtit; ſed vlteriùs tandiu progreditur, quoad vſque impetus ſucceſsiuè aggregatus ſecundùm vnam directionem adæquatè elidatur ab impetu ſucceſsiuè aggregato ſecundùm alteram oppoſitam directionem. Igitur impetus à graui conceptus versùs centrum commune, deſumit quidem in ipſâ ſui conceptione ab ipſo tali centro directionem ſuam primigeniam; ſed ita tamen vt, poſtquam ſemel conceptus eſt, iam non reſpiciat centrum, tanquam terminum, in quo motus deſinat; ſed eodem modo ipſum reſpiciat ac cætera puncta talis directionis, ab ipſo centro communi vlteriùs in infinitum protractæ. Quare æternùm perſeuerabit, niſi quatenus oppoſito impetu elidi intelligatur. Multò autem magis verum id erit de impetu extrinſecùs aduenienre, qui neque in ſui procreatione vllum ſpeciale centrum agnoſcit. Quòd autem dixi eliſionem, & aliàs detrimentum, non ita intelligi volo, quaſi cauſa proximè potens producere in mobili impetum oppoſitum, eius loco tantundem deſtruat impetus antiqui; ſed quòd, ſiue hoc modo, ſiue per productionem impetus oppoſiti, al-

ter tantus impetus antiquus irritus maneat, perinde ac ſi foret conſumptus. Quædam alia, ad intelligentiam ſequentium theorematum non inutilia, opportuniùs leges poſt primam huius.

PROPOSITIO PRIMA.

E*Xiſtente* z *centro communi grauium*, & *angulo* b a z *recto; graue quodpiam* a *proiectum intelligatur ſecundùm* a b: *Deſcribet ſanè, dum libera ſit via, curuam quandam, in quâ aſſumpto quolibet puncto* c, *demittatur ad* a b *perpendicularis* c b.



Si ergo fiat hypotheſis, quòd graue a *æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ* a c, *perficeret ipſam* a b, *dum planum* a b *eius deſcenſui reſiſteret; deſignato in curua* a c *quolibet puncto* r, *excitetur rurſum ad* a b *perpendicularis* r m, & *iungantur* r z, m z. *Dico impetum à graui* a *conceptum in* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum, quem idem graue concepiſſet in* m *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z *ad diſtantiam* m z.

DVcatur enim *r o* parallela ipſi *m a*, & occurrens rectæ *a z* in *a*. Erit *r o* perpendicularis ad *a z*, & æqualis ipſi *m a*. Quoniam igitur punctum *c* ſumitur pro quouis puncto ipſius curuæ *a c*, aſſumptumque eſt in curuâ *a c* quoddam punctum *r*, vnde ad ipſam *a b* excitata eſt perpendicularis *r m*; perſpicuum vtique euadit (ſtante hypotheſi factâ) quòd graue *a* æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ *a r*, perfeciſſet ipſam *a m*, dum planum *a m* eius deſcenſui reſtitiſſet; & id quidem, vbicunque deſignatum fuerit punctum *r* in ipsâ curuâ *a c*. Quare, ſi planum *a b* parallelum ſibi ipſi procedere intelligatur ſecundùm *a z*, exiſtente ſemper *a b* perpendiculari ad *a z*, atque eâ ratione moueri, vt

graue

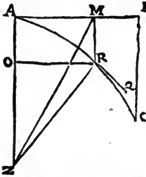
Digitized by Google

graue *a* deſcribens curuam *a c* reperiatur ſemper in ipſo plano *a b*; conſtat ſanè, quòd graue *a* (ſeu planum *a b* immobile ponatur, ac reſiſtens deſcenſui ipſius grauis *a*, ſeu comitari intelligatur ipſum graue *a* in ſuo deſcenſu) æquali tempore æqualem reſpectiuè portionem percurret ipſius *a b*, atque (a) adeò æquali ſemper reſpectiuè impetu. Itaque impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm directionem *o r* parallelam ipſi *a b*, æqualis eſt impetui viuo, quem idem graue habuiſſet in *m* ſecundùm ipſam directionem *a b*. Quandoquidem autem verum id eſt, vbiuis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r*, & *m*; conſequens planè eſt, vt impetus (b) viuus grauis *a* in *r*, & *m*, ſecundùm ipſas parallelas *o r*, *a b*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirat. Atqui impetus grauis *a* in *r* ſecundùm *o r*, tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm directionem *r o*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*, concepto ibi in puncto *r*: atque item impetus viuus grauis *a* in *m* ſecundùm *a b*, tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm directionem *m a*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *m z*, concepto ibi in puncto *m*. Igitur duo iſti ſubnaſcentes impetus, æquales inter ſe ſunt; atque adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *r o*, *m a*. Eſt autem, propter angulum rectum *r o z*, ita impetus primigenius (c) ſecundùm *r z* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r o*, vt *r z* ad *r o*. Atque item, propter angulum rectum *m a z*, ita eſt impetus ſubnaſcens ſecundùm *m a*, ad impetum primigenium ſecundùm *m z*, vt *m a* ad *m z*. Quare, ex æquo, impetus primigenius ſecundùm *r z*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, ita eſt ad impetum primigenium ſecundùm *m z*, quem idem graue concepiſſet in puncto *m*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *m z*. Quod erat demonſtrandum.

(a) *prænot.* 1. (b) *prænot.* 2. (c) 24. *noſtri primi.*

ADMONITIO.

DVm dico impetum viuum grauis *a* in *r* ſecundùm *or*, non ita intelligere debes, quaſi velim adeſſe inibi impetum viuum ſecundùm *or* parallelam ipſi *ab*, diſtinctum ab altero impetu viuo ſecundùm *mr* parallelam ipſi *az*. Nam verè non



alius eſt impetus viuus grauis *a* in *r*, niſi ſecundùm quandam *rq*, quæ contingat in *r* curuam deſcriptam, vt hîc ſupponimus. Quare impetus viuus in *r* ſecundùm *or*, atq; item impetus inibi viuus ſecundùm *mr*, illi vtique cenſeri debent, in quos adęquatè reſolui intelligitur (*prout in def. poſt* 14. *noſtri primi*) verus impetus viuus ſecundùm contingentem *rq*, qui propterea cenſeri poteſt (*prout in cor. poſt* 15. *eiuſdem libri*) tanquam ex illis compoſitus. Porrò impetum eiuſmodi viuum ſecundùm *or* clariùs, ac faciliùs menti exhibemus per motum grauis *a* ſupra planum *ab*, dum interim planum *ab* deſcendit modo explicato per *az*, ſemper ſibi ipſi parallelum. Obſeruatione eiuſmodi ſæpe opus erit in ſequentibus.

Rurſum, dum dico punctum & punctum, intelligo particulas infiniteſimas ſpatij inter ſe æquales. Quare, cùm in conceptione impetus naturalis deorſum attendendus omnino ſit temporis fluxus, non ſolùm in communi hypotheſi Galilæanâ, ſed etiam in noſtrâ infra declarandâ, ac demonſtrandâ; idcirco præcedens noſtrum theorema ſic interpretabimur. Impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, nimirum in parte ſpatij infiniteſimâ *r*, hoc eſt in morâ infiniteſimâ temporis per infiniteſimam *r*, ita ſe habet ad impetum primigenium ſecundùm *mz*, quem idem graue concepiſſet in puncto *m*, hoc eſt in æquali parte ſpatij infiniteſimâ *m*, ſiue in morâ infiniteſimâ tempo-

ris

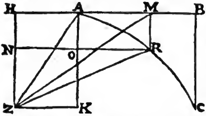
Digitized by Google

ris per ipſam æqualem infiniteſimam *m*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *m z*. Perſpicuum eſt autem ex contextu, æquales infiniteſimas *r*, & *m* accipiendas eſſe ſecundùm *a m*, & ſecundùm *o r*, cùm ibi ſermo ſit de motu grauis *a* ſupra planum *a b*, ſiue in ſuo ſitu immotum conſiſtens, ſiue deſcendens modo explicato per *a z*, ſemper ſibi ipſi parallelum. Vbi rurſum aduertes, nomine puncti & puncti intelligi à me particulas infiniteſimas ſpatij inter ſe æquales, niſi tamen ex ipſo contextu clareſcat venire ibi duas quaslibet infiniteſimas ſpatij, ſiue æquales, ſiue inæquales. Tota hæc obſeruatio magni etiam eſt facienda pro ſequentibus.

PROPOSITIO SECVNDA.

QVòd ſi, *cæteris alijs manentibus, angulus* b a z *fuerit obtuſus, vel acutus: Dico nihilominus impetum conceptum à graui* a *in* r, *verſùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum, quem idem graue concepiſſet in* m *verſùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z *ad diſtantiam* m z.

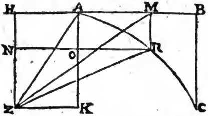
SIt enim primò angulus *b a z* obtuſus. Ductâ autem ad *b a* protractam perpendiculari *z b*, compleatur rectangulum *z b a k*: tum ducatur *r n* parallela ipſi *m b*, occurrens rectæ *b z* in *n*, & *a k* in *o*. Erit *r o n* perpendicularis ad *a k*, *b z*: atque item *r o*, *r n* æquales erunt ipſis *m a*, *m b*. Quoniam igitur (vt in præcedente propoſitione)



punctum *c* ſumitur pro quouis puncto ipſius curuæ *a c*, deſignatumque eſt in curuâ *a c* quoddam punctum *r*, vnde ad ipſam *a b* excitata eſt perpendicularis *r m*; conſequitur itidem, vt graue *a*, æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ *a r*, perfeciſſet ipſam *a m*, dum planum *a m* eius deſcenſui reſtitiſſet; & id quidem, vbi-

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

vbiuis ſumptum fuerit punctum *r* in ipsâ curuâ *ac*. Quare, ſi planum *ab* parallelum ſibi ipſi procedere intelligatur ſecundùm

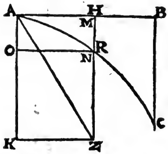


ak, exiſtente ſemper *ab* perpendiculari ad *ak*, atque eâ ratione moueri, vt graue *a*, deſcribens curuam *ac*, reperiatur ſemper in ipſo plano *ab*; conſtat ſanè, quòd graue *a* æquali tempore æqualem reſpectiuè portionem percurret ipſius *ab*, atque adeò (a) æquali ſemper reſpectiuè impetu; ſeu planum *ab* immobile in ſuo ſitu cenſeatur, ac reſiſtens deſcenſui grauis *a*, ſeu comitari intelligatur modo prædicto ipſum graue *a* in ſuo deſcenſu. Itaque impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *or* parallelam ipſi *ab*, æqualis eſt impetui viuo, quem idem graue habuiſſet in *m* ſecundùm ipſam *ab*. Et quoniam verum id eſt, vbiuis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r*, & *m*; conſequitur rurſum, vt impetus (b) viuus grauis *a* in *r*, & *m*, ſecundùm ipſas parallelas *or*, *ab*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirat. Atqui impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *or* tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm *rn*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *rz*, concepto ibi in puncto *r*: atque item impetus viuus grauis *a* in *m* ſecundùm *ab*, tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm *mb*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *mz*, concepto ibi in puncto *m*. Igitur duo iſti ſubnaſcentes impetus æquales inter ſe ſunt; atque adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *rn*, *mb*. Eſt autem, propter angulum rectum *rnz*, ita impetus primigenius (c) ſecundùm *rz* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *rn*, vt *rz* ad *rn*. Atque item, propter angulum rectum *mbz*, ita eſt impetus ſubnaſcens ſecundùm *mb* ad impetum primigenium ſecundùm *mz*, vt *mb* ad *mz*. Quare, ex æquo, impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, ita eſt ad im-

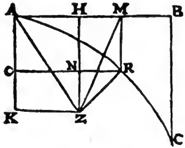
(a) *prænot.* 1. (b) *prænot.* 2. (c) 24. *noſtri primi.*

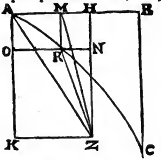
impetum primigenium ſecundùm *mz*, quem idem graue concepiſſet in punctò *m*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *m z*. Atq; ita quidem, ſi angulus *b a z* fuerit obtuſus.

Sit autem ſecundò angulus *b a z* acutus: demiſsâque ad *a b* perpendiculari *z b*, compleatur rectangulum *z b a*: tum ducatur *r n* parallela ipſi *m b*, occurrens rectæ *b z* in *n*, & *a k* in *o*.



Erit *r n o* perpendicularis ad *a k*, *b z*: atque item *r o*, *r n*, æquales erunt ipſis *m a*, *m b*. Porrò triplex accidere poteſt caſus. Nam punctum *b* cadere poteſt inter puncta *a*, & *m*; vel incidere in ipſum punctum *m*; vel exiſtere vltra ipſum punctum *m*. Et, in ſecundo quidem caſu, etiam punctum *n* incidet in punctum *r*, atque adeò vnica erit recta ipſa *m r z* perpendicularis ad ipſas *a b*, *o r*: quo vtique caſu non eſſe locum argumentationi, ſatis patebit conſideranti. In reliquis autem duobus caſibus, repetito ſuperiore diſcurſu, concludetur itidem, quòd impetus viuus grauis *a* in *r*, & *m*, ſecundùm ipſas parallelas *o r*, *a b*, vel

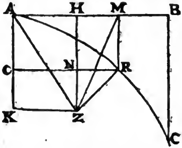


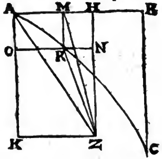


æqualis ſibi ipſi conſtat, vel ęquale patitur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirit. Atqui impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *o r*, tantum patitur detrimentum (in primo caſu) quantus eſt impetus ſecundùm *r n*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm

cundùm

cundùm *r z*; tantumque acquirit incrementum (in tertio caſu) quantus eſt impetus ſecundùm *rn*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *rz*: atque item ſimiliter impetus viuus grauis *a* in *m* ſecundùm *a b* tantum patitur detrimentum (in primo caſu)





quantus eſt impetus ſecundùm *m b*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *m z*, tantumque acquirit incrementum (in tertio caſu) quantus eſt impetus ſecundùm *m b*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *m z*. Igitur impetus iſti ſubnaſcentes æquales inter ſe ſunt, ſi ſumantur, prout ſibi mutuò reſpondent; atque adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales, *rn*, *m b*. Eſt etiam in vtroque caſu, propter angulum rectum *rnz*, ita impetus primigenius (a) ſecundùm *rz* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *rn*, vt *rz* ad *rn*. Atque item in vtroque caſu, propter angulum rectum *mbz*, ita eſt impetus ſubnaſcens ſecundùm *m b* ad impetum primigenium ſecundùm *m z*, vt *m b* ad *m z*: Quare, ex æquo, impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, ita eſt ad impetum primigenium ſecundùm *m z*, quem idem graue concepiſſet in puncto *m*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *m z*. Atque ita rurſum, ſi angulus *b a z* fuerit acutus.

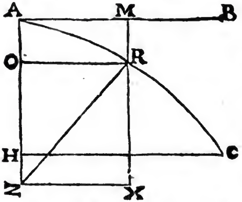
Igitur, etiamſi angulus *b a z* fuerit obtuſus, vel acutus; nihilominus impetus conceptus à graui *a* in *r* verſùs centrum commune *z*, ita ſe habet ad impetum, quem idem graue concepiſſet in *m* verſùs idem centrum *z*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *m z*. Quod &c.

PRO-

(a) 24. *noſtri primi*.

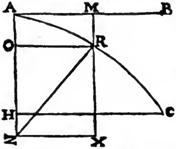
PROPOSITIO TERTIA.

SIn autem (exiſtente recto angulo b a z, *ductâque* c h *parallelâ ipſi* b a, *& occurrente, vtique ad perpendiculum, recta* a z *in* h) *altera fiat hypotheſis, quòd graue* a, *æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ* a c, *perficeret ipſam* a h, *ex vi ſolius naturalis aglomerati impetus per planum* a z *perpendiculare ipſi* a b: *deſignato rurſum in ipsâ curuâ* a c *quolibet puncto* r, *ducatur* r o *parallela ipſi* b a, *& occurrens (vtique ad perpendiculum) recta* a z *in* o, *iungaturque* r z. *Dico impetum conceptum à graui* a *in* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum, quem idem graue concepiſſet in* o *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z *ad diſtantiam* o z.



DVctâ enim *z x* parallelâ ipſi *a b*, atque adeò perpendiculari ad *a z*, demittatur per *r* ad ipſas *z x*, *a b* perpendicularis *x r m*. Erit *m r* æqualis ipſi *a o*; & *r x* ipſi *o z*. Quoniam igitur punctum *c* ſumitur pro quouis puncto ipſius curuæ *a c*, deſignatumque eſt in curuâ *a c* quoddam punctum *r*, ex quo ducta eſt *r o* parallela ipſi *b a*, & occurrens (vtique ad perpendiculum) rectæ *a z* in *o*; conſtat enimvero (ſtante poſteriore hâc hypotheſi) quòd graue *a*, æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ *a r*, perfeciſſet ipſam *a o*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus per planum *a z* perpendiculare ipſi *a b*; & id quidem, vbiuis deſignatum fuerit punctum *r* in ipsâ curuâ *a c*. Quare, ſi planum *a z* parallelum ſibi ipſi procedere intelligatur ſecundùm *a b*, exiſtente ſemper *a z* perpendiculari ad *a b*, atque eâ ratione moueri, vt graue *a*, deſcribens curuam *a c*, reperiatur ſemper in ipſo plano *a z*; conſtat ſanè, quòd graue *a*

(ſiue planum *a z* comitari intelligatur ipſum graue *a* in deſcriptione curuæ *a c*; ſiue intelligatur retinere ipſum graue *a*, vt perpendiculariter cadat versùs centrum commune *z*, omni alio impetu ſubtracto) æquali tempore æqualem reſpectiuè portionem



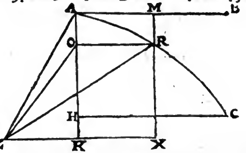
percurret ipſius *a z*, atq; adeò æquali (a) ſemper reſpectiuè impetu. Itaque impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r* parallelam ipſi *a z*, æqualis eſt impetui viuo, quem idem graue habuiſſet in *o* ſecundùm ipſam *a z*. Quandoquidem autem verum id eſt, vbiuis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r* & *o*; conſequens planè eſt, vt impetus (b) viuus grauis *a* in *o*, & *r* ſecundùm ipſas parallelas *a z*, *m r*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirat. Atqui impetus viuus grauis *a* in *o* ſecundùm *o z* tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus de nouo conceptus in ipſo puncto *o* versùs centrum commune *z*: atque item impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r*, tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus ſecundùm *r x*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*, concepto ibi in puncto *r*. Igitur impetus ſecundùm *r x*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*, æqualis eſt impetui, quem graue *a* concepiſſet in ipſo puncto *o* versùs centrum commune *z*; atque adeò duo iſti impetus ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *r x*, *o z*. Eſt etiam, propter angulum rectum *r x z*, ita impetus (c) primigenius ſecundùm *r z* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r x*, vt *r z* ad *r x*. Quare, ex æquo, impetus versùs centrum commune *z*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, ita eſt ad impetum, quem idem graue concepiſſet in *o* versùs idem centrum *z*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *o z*. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

(a) *prænot.* 1. (b) *prænot.* 2. (c) 24. *noſtri primi*.

PROPOSITIO QVARTA.

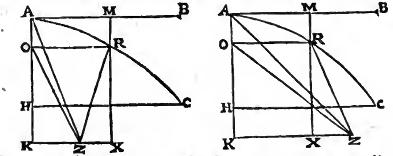
QVòd ſi angulus baz *fuerit obtuſus, vel acutus: excitatâ ad* ab *perpendiculari* ka, *ducatur* ch *parallela ipſi* ba, *& occurrens (vtique ad perpendiculum) recta* ak *in* h. *Si ergo perſtet hypotheſis, quòd graue* a, *æquali ipſo tempore de-*



ſcriptionis curuæ ac, *perficeret ipſam* ah, *ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus per planum* ak *perpendiculare ipſi* ab: *deſignato rurſum in ipſâ curuâ* ac *quolibet puncto* r, *ducatur* ro *parallela ipſi* ba, *& occurrens (vtique ad perpendiculum) recta* ak *in* o, *iunganturque* rz, oz. *Dico adhuc impetum conceptum à graui* a *in* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum, quem idem graue concepiſſet in* o *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* rz *ad diſtantiam* oz.

DVctâ enim *zkx* parallelâ ipſi *ab*, & occurrente (vtique ad perpendiculum) rectæ *ak* in *k*, demittatur per *r* ad ipſas *ab*, *zx* perpendicularis *mrx*. Erit *mr* æqualis ipſi *ao*, & *rx* ipſi *ok*. Quoniam igitur punctum *c* ſumitur pro quouis puncto ipſius curuæ *ac*; deſignatumque eſt in curuâ *ac* quoddam punctum *r*, ex quo ducta eſt *ro* parallela ipſi *ba*, & occurrens (vtique ad perpendiculum) rectæ *ak* in *o*; perſpicuum vtique fit (ſtante præmiſsâ hypotheſi) quòd graue *a*, æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ *ar*, perfeciſſet ipſam *ao*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus per planum *ak* perpendiculare ipſi *ab*;

& id quidem, vbiuis deſignatum fuerit punctum *r* in ipsâ curuâ *a c*. Quare,ſi planum *a k* parallelum ſibi ipſi procedere intelligatur ſecundùm *a b*, exiſtente ſemper *a k* perpendiculari ad *a b*, atque eâ ratione moueri, vt graue *a*, deſcribens curuam *a c*, reperiatur

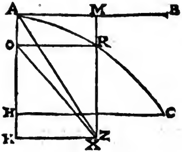


ſemper in ipſo plano *a k*; conſtat ſanè, quòd graue *a* æquali tempore æqualem reſpectiuè portionem percurret ipſius *a k*; atque adeò æquali ſemper (a) reſpectiuè impetu; ſeu planum *a k* comitari intelligatur ipſum graue *a* in deſcriptione curuæ *a c*; ſiue intelligatur retinere ipſum graue *a*, vt, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus, deſcendat per ipſum planum immotum *a k*. Itaq; impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r* parallelam ipſi *a k*, æqualis eſt impetui viuo, quem idem graue habuiſſet in *o* ſecundùm ipſam *a k*. Et quoniam verum id eſt, vbiuis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r*, & *o*; conſequens planè eſt, vt impetus (b) viuus grauis *a* in *r*, & *o* ſecundùm ipſas parallelas *m r*, *a k*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale acquirat incrementum. Atqui impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r*, tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus ſecundùm *r x*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*: atque item impetus viuus grauis *a* in *o* ſecundùm *a k*, tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus ſecundùm *o k*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *o z*. Igitur duo iſti impetus ſubnaſcentes, æquales inter ſe ſunt; atque adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *r x*, *o k*. Eſt etiam, propter angu-

lum

(a) *pranot.* 1. (b) *pranot.* 2.

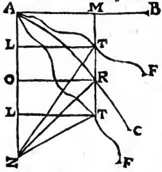
lum rectum *r x z*, ita impetus primigenius (a) ſecundùm *r z* ad impetum ſubnaſcentem ſecundùm *r x*, vt *r z* ad *r x*. Atq; item, propter angulum rectum *o k z*, ita eſt impetus ſubnaſcens ſecundùm *o k* ad impetum primigenium ſecundùm *o z*, vt *o k* ad *o z*. Igitur, ex æquo, ita eſt impetus, conceptus à graui *a* in puncto *r* versùs centrum commune *z*, ad impetum, quem idem graue concepiſſet in *o* versùs idem centrum *z*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *o z*.



Atque ita quidem, dum punctum *x* non incidat in ipſum punctum *z*. Eo autem caſu, vnica erit recta ipſa *m r z*; atq; adeò ſimili planè ratione euincetur intentum, vt patebit conſideranti. Quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO QVINTA.

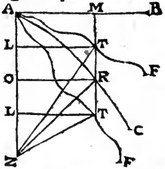
Porrò (exiſtente z *centro communi grauium, & angulo* b a z *recto) graue quodpiam* a, *proiectum ſecundùm* a b, *deſcribat curuam* m a c. *Rurſum etiam idem graue* a, *æquali impetu proiectum ſecundùm* a b, *deſcribat aliam lineam* a f; *accedente nimirum, & impetui proiectionis ſecundùm* a b, *& impetibus naturaliter ſucceſſiuè conceptis versùs centrum commune* z, *tertio quodam impetu ſecundùm parallelas ipſi* a z, *ad libitum vbilibet imminuto, aut adaucto, ſeu versùs partes ipſius puncti* z, *ſeu versùs partes directè oppoſitas. Aſſumpto autem in curuâ* a c *quolibet puncto* r, *demittatur ad* a b *perpendicularis* r m, *quæ ſecet ipſam* a f *in* t. *Si ergo fiat hypotheſis, quòd graue* a, *æqua-*



(a) 24. *noſtri primi.*

æquali tempore deſcriptionis curuæ a r, *deſcripſerit etiam ipſam* a t*: Dico (iunctis* r z, t z*) impetum conceptum à graui* a *in puncto* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum conceptum ab eodem graui in puncto* t *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z *ad diſtantiam* t z.

DVcantur enim ad *a z* rectæ *r o*, *t l* parallelæ ipſi *m a*. Æquales inter ſe erunt ipſæ *r o*, *t l*, ac perpendiculares ad *a z*. Quare, ſi planum *a b* comitari vnâ vice intelligatur graue *a* in



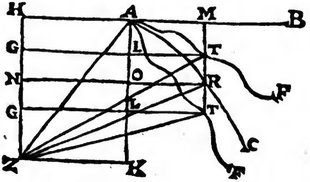
deſcriptione curuæ *a c*, exiſtente ſemper *a b* perpendiculari ad *a z*; atque item alterâ vice, ſi idem planum *a b* comitari ſimiliter intelligatur graue *a* in deſcriptione lineæ *a f*: conſtat ſanè, quòd graue *a*, in vtroque caſu, æqualem reſpectiuè portionem ipſius *a b* æquali tempore percurrere intelligetur. Itaque impetus (a) viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *o r* parallelam ipſi *a b*, æqualis erit impetui viuo eiuſdem grauis *a* in *t* ſecundùm *l t* parallelam eidem *a b*. Et quoniam verum id eſt, vbivis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r*, & *t*; conſequens planè eſt, vt impetus viuus (b) grauis *a* in *r*, & *t*, ſecundùm ipſas parallelas *o r*, *l t*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirat. Atqui impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *o r*, tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm *r o*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*: atque item impetus viuus grauis *a* in *t* ſecundùm *l t*, tantum patitur detrimentum, quantus eſt impetus ſecundùm *t l*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *t z*. Igitur duo iſti impetus ſubnaſcentes, æquales inter ſe ſunt; atque adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *r o*, *t l*. Quare (vt ſuprà in præcedentibus) ita erit impetus primigenius ſecun-

(a) *prænot.* 1. (b) *prænot.* 2.

ſecundùm *r z*, conceptus à graui *a* in puncto *r*, ad impetum primigenium ſecundùm *t z*, conceptum ab eodem graui *a* in puncto *t*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *t z*. Quod erat &c.

PROPOSITIO SEXTA.

QVòd ſi, cæteris alijs manentibus, angulus b a z *fuerit obtuſus, vel acutus: Dico nihilominus, impetum conceptum à graui* a *in puncto* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum conceptum ab eodem graui in puncto* t *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z *ad diſtantiam* t z.

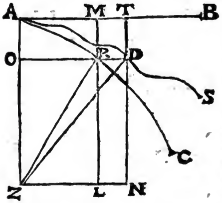


UNam duntaxat figuram exhibeo, pro angulo obtuſo. Superſedeo etiam à demonſtratione; quoniam ea ſimiliter procedet, mutatis mutandis, atque in ſecundâ huius.

PROPOSITIO SEPTIMA.

RVrſum etiam (exiſtente z *centro communi grauium, & angulo* b a z *recto) graue quodpiam* a, *proiectum ſecundùm* a b, *deſcribat curuam* a c. *Tum idem graue* a, *quolibet alio impetu proiectum ſecundùm* a b *(qui etiam ad libitum in decurſu imminui, aut adaugeri intelligatur, accedente nimirum vbilibet tertio quodam impetu ſecundùm parallelas ipſi* a b, *ſeu versùs partes puncti* b, *ſeu versùs partes directè oppoſitas) deſcribat aliam lineam* a s. *Aſſumpto autem in curuâ* a c *quolibet*

bet puncto r, *ducatur* r o *parallela ipſi* b a, *& occurrens (vtique ad perpendiculum) ipſi* a z *in* o, *& ſecans* a s *in* d. *Si ergo altera fiat hypotheſis, quòd graue* a, *æquali tempore deſcriptionis curua* a r, *deſcripſerit etiam ipſam* a d: *Dico (iunctis* r z, d z) *impetum conceptum à graui* a *in puncto* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum conceptum ab eodem graui* a *in puncto* d *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* r z, *ad diſtantiam* d z.



DVctis enim ad *a b* perpendicularibus *r m*, *d t*, compleantur rectangula *z a m l*, *z a t n*. Æquales inter ſe erunt ipſæ *r m*, *d t*; atque item *r l*, *d n*. Quare, ſi planum *a z* comitari vnâ vice intelligatur graue *a* in deſcriptione curuæ *a c*, exiſtente ſemper *a z* perpendiculari ad *a b*; atque item alterâ vice, ſi planum *a z* comitari ſimiliter intelligatur idem graue *a* in deſcriptione lineæ *a s*: conſtat ſanè, quòd graue *a* æqualem reſpectiuè portionem ipſius *a z* æquali tempore percurrere intelligetur. Itaque impetus (a) viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r* parallelam ipſi *a z*, æqualis erit impetui viuo grauis *a* in *d* ſecundùm *t d* parallelam eidem *a z*. Et quoniam verum id eſt, vbiuis ſumpta fuerint puncta correſpondentia *r*, & *d*; conſequens vtique eſt, vt impetus (b) viuus grauis *a* in *r*, & *d*, ſecundùm ipſas parallelas *m r*, *t d*, vel æqualis ſibi ipſi conſtet, vel æquale patiatur detrimentum, ſiue æquale incrementum acquirat. Atqui impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *m r*, tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus ſecundùm *r l*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *r z*, concepto ibi in puncto *r*: atque item impetus viuus grauis *a* in *d* ſecundùm *t d*, tantum acquirit incrementum, quantus eſt impetus ſecundùm *d n*, ſubnaſcens ex impetu

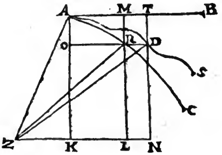
petu

(a) *prænot.* 1. (b) *prænot.* 2.

petu primigenio ſecundùm *dz*, concepto ibi in puncto *d*. Igitur duo iſti ſubnaſcentes impetus, æquales inter ſe ſunt; atq; adeò ita ſunt inter ſe, vt ipſæ rectæ æquales *rl*, *dn*. Quare (vt ſuprà in præcedentibus) impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus ibi in puncto *r*, ita eſt ad impetum primigenium ſecundùm *dz*, conceptum ibi in puncto *d*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *dz*. Quod erat &c.

PROPOSITIO OCTAVA.

Quòd ſi, cæteris alijs manentibus, angulus baz *fuerit obtuſus, vel acutus: Dico nihilominus, impetum conceptum à graui* a *in puncto* r *versùs centrum commune* z, *ita eſſe ad impetum conceptum ab eodem graui in puncto* d *versùs idem centrum* z, *vt diſtantia* rz *ad diſtantiam* dz.



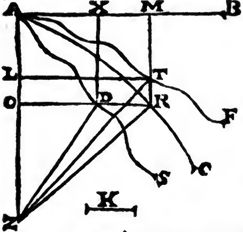
Hic etiam pro ſolo angulo obtuſo figuram exhibeo. Demonſtratio autem ſimiliter procedet, mutatis mutandis, atque in quartâ huius.

PROPOSITIO NONA.

Exiſtente z *centro communi grauium, & quolibet angulo* baz: *graue quodpiam* a, *proiectum ſecundùm* ab, *deſcribat pri-*

mâ vice curuam a c. *Tum ſecundâ vice, æquali impetu proie-ctum ſecundùm* a b, *deſcribat lineam quandam* a f, *prout in quintâ, ac ſextâ huius. Tum etiam tertiâ vice, quolibet alio impetu proiectum ſecundùm* a b, *deſcribat lineam quandam* a s, *prout in ſeptimâ, & octauâ huius. Aſſumpto autem in curuâ* a c *quolibet puncto* r, *demittatur ad* a b *perpendicularis* r m, *occurrens lineæ* a f *in* t; *atque item ducatur recta* r d, *parallela ipſi* b a, *& occurrens lineæ* a s *in* d. *Dico, quòd graue* a *æquali tempore deſcriptionis curuæ* a r, *alterutram lineam deſcripſit, vel* a t, *vel* a d.

SIt enim primò angulus *b a z* rectus. Ducatur etiam ad *a b* perpendicularis *d x*; atque item ad *a z* ducantur, parallelæ ipſi *b a*, rectæ *t l*, *r o*. Æquales inter ſe erunt *d x*, *r m*; atque item *r o*, *t l*, quæ etiam perpendiculares erunt ad ipſam *a z*. Tempus deſcriptionis curuæ *a r* ſit *k*. Iam intelligatur planum *a b* comitari graue *a* in deſcriptione curuæ *a r*, exiſtente ſemper *a b* perpendiculari ad *a z*; atque item ſimul intelligatur planum *a z* comitari ipſum graue *a* in deſcriptione eiuſdem curuæ *a r*, exiſtente ſemper *a z* perpendiculari ad *a b*. Conſtat, quòd graue *a* tempore *k* perfeciſſe intelligetur portionem *o r* ipſius *a b*, atque item portionem *m r* ipſius *a z*.



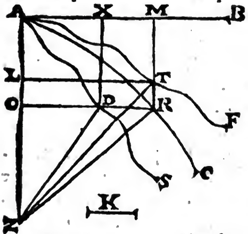
Quoniam verò motus compoſitus per curuam *a c* nequit eſſe determinatus, niſi quatenus determinati ſint ipſi motùs componentes; conſequens planè eſt, vt vel vterq; motus componens, ſeorsùm acceptus; vel ſaltem alteruter ſit ex ſe determinatus, præciſiuè omnino ab altero motu componente. Qualiter autem intelligenda ſit iſta determinatio, mox conſtabit. Si ergo putamus, quòd motus grauis *a* per planum *a b*, procedens ſemper ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a z*, ita ſit ex ſe determinatus, vt graue *a*, dato quolibet

bet tempore *k*, æqualem reſpectiuè portionem ipſius *a b* percurrere intelligatur, qualiscunque tandem cenſeatur, aut ponatur motus eiusdem grauis *a* per planum *a z*, procedens ſemper & ipſum ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a b*; facilè enimverò eruitur, quòd graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *a r*, deſcripſerit lineam *a t*. Eo enim ſtante: ſi planum *a b* comitari intelligatur graue *a* in deſcriptione lineæ *a f*, exiſtente ſemper *a b* perpendiculari ad *a z*; dum graue *a* deſcripſerit portionem *a t* ipſius *a f*, intelligetur vtique percurriſſe portionem *l t* ipſius *a b*. Eſt autem *l t* æqualis ipſi *o r*: Quare æquali tempore percurſa intelligetur portio *l t* ipſius *a b* in deſcriptione lineæ *a t*, atque portio *o r* eiuſdem *a b* in deſcriptione curuæ *a r*. Igitur, æquali ipſo tempore *k*, deſcripſiſſet graue *a* curuam *a r*, & lineam *a t*. Pari ratione: ſi putamus, quòd motus grauis *a* per planum *a z*, procedens ſemper ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a b*, ita ſit ex ſe determinatus, vt graue *a*, dato quolibet tempore *k*, æqualem reſpectiuè portionem ipſius *a z* percurrere intelligatur, qualiſcunque tandem ponatur motus eiuſdem grauis *a* per planum *a b*, procedens ſemper & ipſum ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a z*; facilè rurſum eruitur, quòd graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *a r*, deſcripſerit lineam *a d*. Eo enim ſtante: ſi planum *a z* comitari intelligatur graue *a* in deſcriptione lineæ *a s*, exiſtente ſemper *a z* perpendiculari ad *a b*; dum graue *a* deſcripſerit portionem *a d* ipſius *a s*, intelligetur vtiq; percurriſſe portionem *x d* ipſius *a z*. Eſt autem *x d* æqualis ipſi *m r*: Quare æquali tempore percurſa intelligetur portio *x d* ipſius *a z* in deſcriptione lineę *a d*, atq; portio *m r* eiuſdem *a z* in deſcriptione curuæ *a r*. Igitur, æqnali ipſo tempore *k*, deſcripſiſſet graue *a* curuam *a r*, & lineam *a d*. Quare, ſi alteruter motus componens eſt eâ ratione ex ſe determinatus, præciſiuè omnino ab altero motu componente, intentum vtique habemus, quòd nempe graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *a r*, alterutram lineam deſcripſerit, vel *a t*, vel *a d*.

Itaque oſtendendum adhuc ſupereſt, quòd alteruter motus com-

BIBLIOTH DE LA VILLE DE LYON

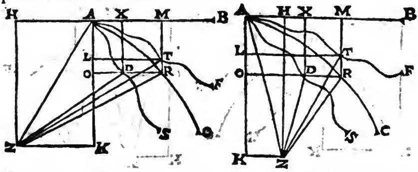
ponens ſit prædicto modo ex ſe determinatus, præciſiuè omnino ab altero motu componente. Ad cuius nitidam demonſtrationem, duo præmittere hîc oportet. Vnum eſt, quòd vterque impetus grauis *a* in ipſo puncto *a* conſtituti, vnus proiectionis ſecundùm *a b*, & alter naturalis ex quiete conceptus versùs centrum commune *z*, eſt ibi adæquatè (a) viuus, propter angulum rectum *b a z*. Alterum eſt, quòd, licèt impetus primigenij versùs centrum commune *z*, in decurſu concepti, non habeant directiones perpendiculares ipſi *a b*; ſinguli tamen reſolui (b) intelliguntur in duos impetus, quorum vnus eſt ſecundùm rectam in directum poſitam cuidam parallelæ ipſi *a b*, vnde elidi intelligitur tantundem impetus ſecundùm parallelam eidem *a b*; & alter eſt ſecundùm rectam perpendicularem eidem parallelæ, vnde augeri intelligitur impetus ſecundùm parallelam ipſi *a z*, perpendiculari vtique ad *a b*: adeò vt propterea in quolibet puncto *r* ipſius curuæ *a c* duplex concipiatur adeſſe impetus viuus; vnus ſecundùm *o r* parallelam ipſi *a b*, reſiduus nempe poſt factas eliſiones; & alter ſecundùm *m r* parallelam ipſi *a z* (perpendiculari vtique ad *a b*) aggregatus nempe ex prædictis impetibus ſubnaſcentibus ſecundùm perpendiculares ad parallelas eidem *a b*. His animaduerſis: Si planum *a b* comitari intelligatur graue *a* in deſcriptione curuæ *a c*, exiſtente ſemper *a b* perpendiculari ad *a z*; atque item ſimul, ſi planum *a z* comitari intelligatur idem graue *a* in deſcriptione eiuſdem curuæ *a c*, exiſtente ſemper *a z* perpendiculari ad *a b*: conſtat ſanè ex præmiſſis, quòd motus compoſitus, quo curua *a c* deſcribitur, componi intelligetur ex duobus prædictis motibus. Quoniam verò motus ille compoſitus oriri intelligitur ex duobus iſtis motibus componentibus, neceſſarium planè eſt, quòd alteruter motus com-



ponens

(a) *9. noſtri primi.* (b) *in def. poſt 14. noſtri primi.*

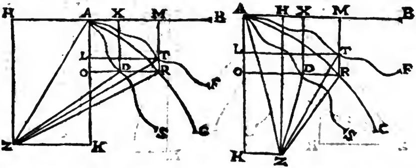
ponens ſit prædicto modo ex ſe determinatus, præciſiuè omnino ab altero motu componente. Non dico, vtrunque ſeorsùm acceptum debere eſſe eâ ratione determinatum: ſufficit enim ad rem



præſentem alterutrius determinatio prædicta; cùm ex alterutro taliter determinato poſſit alter motus componens (niſi aliud ſpeciale obſit) ſuam vltimam determinationem accipere. Dico autem neceſſariam eſſe alterutrius determinationem prędictam; quia, hâc ſublatâ, non erit quomodo incipiat ipſe motus compoſitus; quia nempe non erit, quo determinato motu procedere debeat, ſeu planum ***a b*** ſecundùm ***a z***, ſeu planum ***a z*** ſecundùm ***a b***; cùm tamen ex interſectionibus ipſarum ***a b***, ***a z***, tali quodam motu procedentium ſemper ad perpendiculum, deſcribenda intelligatur ipſa curua ***a c***. Igitur neceſſarium eſt, quòd alteruter horum motuum componentium ſit prædicto modo ex ſe determinatus, præciſiuè omnino ab altero motu componente. Atque ita quidem, ſi angulus ***b a z*** fuerit rectus.

Sit iam ſecundò angulus ***b a z*** obtuſus, vel acutus. Excitatâ autem ad ***a b*** perpendiculari ***k a***, cui occurrat ad perpendiculum recta ***z*** k, compleatur rectangulum ***z k a b***. Ducatur etiam ad ***a b*** perpendicularis ***d x***; atque item ad ***a k*** ducantur, parallelæ ipſi ***b a***; rectæ ***t l***, ***r o***. Æquales inter ſe erunt ***d x***, ***r m***; atque item ***r o***, ***t l***, quæ etiam perpendiculares erunt ad ipſam ***a*** k. Iam verò, impetus proiectionis ſecundùm ***a b***, tantum ab vſq; initio pati intelligetur detrimentum (ſi angulus ***b a z*** fuerit obtuſus)

ſus) aut acquirere incrementum (ſi angulus *b a z* fuerit acutus) quantus eſt impetus ſecundùm *a b*, ſubnaſcens ex impetu primigenio ſecundùm *a z*: alter autem impetus componens , erit



ſecundùm *a k*; ſubnaſcens nempe ex eodem impetu primigenio ſecundùm *a z*; qui vtique ita erit ad ipſum (a) impetum ſecundùm *a z*, vt *a k* ad *a z*. Porrò in ipſo decurſu, vel minuetur, vel augebitur impetus proiectionis ſecundùm *a b*, prout directiones impetuum, ſucceſſiuè conceptorum verſùs centrum commune *z*, obtuſum, vel acutum angulum effecerint cum parallelis ipſius *a b*. Semper tamen motus componentes, in deſcriptione curuæ *a c*, intelligendi erunt ſecundùm parallelas ipſis *a b*, *a k*. Quare (ne tædium afferam benigno lectori) ſi loco plani, & rectæ *a z* ſubſtituatur planum, & recta *a k*, eiſdem planè verbis procedet demonſtratio, dum angulus *b a z* fuerit obtuſus, vel acutus, atque ſuprà, dum angulus *b a z* fuit rectus. Igitur, qualiſcunque ſit angulus *b a z*, graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *a r*, alterutram lineam deſcripſit, vel *a t*, vel *a d*. Quod erat &c.

COROLLARIVM.

Hinc, iunctis *r z*, *t z*, *d z*; ita erit impetus (conſule etiam figuram primam huius prop.) conceptus à graui *a* in *r* verſùs centrum commune *z*, ad alterutrum impetum, conceptum ab eodem

(a) 24. *noſtri primi*.

Digitized by Google

eodem graui, vel in *t*, vel in *d*, verſùs idem centrum *z*, vt diſtantia *rz* ad alterutram diſtantiam, vel *tz*, vel *dz*. Quoniam enim graue *a*, ęquali tempore deſcriptionis curuæ *ar*, alterutram lineam deſcripſit, vel *at*, vel *ad*: ſi ponamus, quòd graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *ar*, deſcripſerit ipſam *at*; iam impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus ibi in puncto *r*, ita erit ad impetum primigenium (a) ſecundùm *tz*, conceptum ibi in puncto *t*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *tz*. Sin autem ponimus, quòd graue *a*, æquali tempore deſcriptionis curuæ *ar*, deſcripſerit ipſam *ad*; iam impetus primigenius ſecundùm *rz*, conceptus ibi in puncto *r*, ita erit ad impetum primigenium (b) ſecundùm *dz*, conceptum ibi in puncto *d*, vt diſtantia *rz* ad diſtantiam *dz*. Itaque conſtat propoſitum.

SCHOLIVM I.

QVæ hactenus geometricè demonſtrauimus, confirmari etiam poſſunt experimento ſenſuum. Nam, currente naui, ſi graue quodpiam demittatur ex ſummitate mali; eius tamen deſcenſus perpendicularis nullatenus profectò alterari videbitur à latione horizontali; ſed eodem modo apparebit, ac ſi nauis omnino conſiſteret.

SCHOLIVM II.

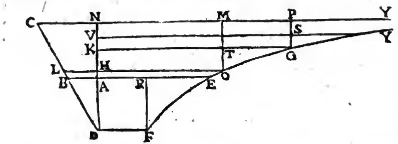
QVoniam præcedenti propoſitioni inniti debet doctrina fere omnis infrà tradenda: propterea initio libri quarti abunde leges, quæ vlteriùs deſiderari hîc poſſent.

PROPOSITIO DECIMA.

SI quoddam pondus n *cieatur impetu ſecundùm* n d, *intelligaturque in motu versùs* d *acquiſiturum è ſingulis infiniteſi-*

(a) 5. & 6. *huius*. (b) 7. & 8. *huius*.

teſimis aqualibus ipſius n d *nouos gradus impetus (prioribus vtique retentis) proportionatos diſtantijs ab ipſo puncto* d : *Dico nunquam fore vt pondus* n *perueniat in* d, *atque etiam in ipſa vſque puncta* n *quietum permanſurum. Ponitur autem, quòd primus impetus, quo potitur in parte infiniteſima* n, *ſit infinitè paruus, & ex ſe ineptus ad procreandum, longiſſimo quouis tempore finito, motum ſenſibilem.*



DVctâ enim perpendiculari *cn*, iungatur *cd*. Intelligatur etiam ex alterâ parte trianguli *cnd* curua quædam; ad quam demiſsâ *df* perpendiculari ipſi *nd*, ſi ex alio quouis puncto rectæ *nd* educatur perpendicularis *ae*, occurrens ipſi curuæ in *e*, ita ſit *ae* ad *df*, vt reciprocè triangulum *cnd* ad trapezium *cnab*; protractâ nimirum in *b* ipsâ *ea*. Conſtat, quòd curua prædicta ſemper quidem accedet, ſed nunquam tamen occurret rectæ *cny*, in infinitum protractæ. Rurſum conſtat, quòd triangulum *cnd* repræſentabit impetus ponderis *n* in motu per *nd*; ſeu ſingulares acquiſitos in ſingulis æqualibus infiniteſimis partibus ipſius *nd*, ſeu totales aggregatos ex omnibus ſimul præcedentibus. Nam primus impetus in *n* ita eſt ad ſingularem impetum acquiſitum in quauis æquali infiniteſimâ *a*, vt *nd* ad *ad*, hoc eſt *cn* ad *ba*. Quare impetus totalis in *a* (nimirum ibi aggregatus ex omnibus impetibus ſucceſſiuè illuc vſque acquiſitis) ita erit ad impetum totalem in *d*, vt trapezium *cnab* ad triangulum *cnd*. Similiter figura *yndfey* repræſentabit tempora per

nd.

nd. Nam pars infiniteſima temporis, quâ pondus *n* ſubſiſtere intelligitur, ante vlteriorem progreſſum, in parte infiniteſimâ *d*, ita erit ad partem (a) infiniteſimam temporis, quâ ſubſiſtit in quauis æquali infiniteſimâ *a*, vt reciprocè impetus totalis in *a* ad impetum totalem in *d*, hoc eſt vt trapezium *cnab* ad triangulum *cnd*, ſiue vt *df* ad *ae*. Quare tempus totale ex *n* in *d*, aut ex *n* in *a*, ita erit ad tempus totale ex *a* in *d*, vt tota figura *yndfey*, aut portio interminata *yeany* ad portionem terminatam *adfe*.

Iam verò oſtendere oportet, quòd portio interminata *yeany* ſit infinita, & infinities continens ipſam portionem terminatam *adfe*. Diuiſa enim ſit *nd* bifariam in *a*: deſignatoque in *an* quouis puncto *h*, ducatur per *h* ad *nd* perpendicularis *lo*, occurrens ipſi *cd* in *l*, & dictæ curuæ in *o*. Tum ex *df* excitetur perpendicularis *fr*, occurrens *ae* in *r*; & ex *ho* perpendicularis *om*, occurrens *ny* in *m*. Quoniam igitur rectangulum *cnd* ad rectangulum *cnh* ita ſe habet, vt *dn* ad *hn*; ita etiam erit dimidium rectanguli *cnd*, ſeu triangulum *cnd*, ad idem rectangulum *cnh*, vt dimidium ipſius *dn*, hoc eſt ipſa *da*, ad eandem *hn*. Eſt autem ratio trianguli *cnd* ad rectangulum *cnh* minor ratione eiuſdem trianguli *cnd* ad trapezium *cnhl*: igitur ratio *da* ad *hn* minor eſt ratione dicti trianguli *cnd* ad trapezium *cnhl*. Atqui, ex naturâ propoſitæ curuæ, ita eſt *ho* ad *df*, vt reciprocè triangulum *cnd* ad trapezium *cnhl*: igitur ratio *da* ad *hn* minor eſt ratione *ho* ad *df*. Quapropter rectangulum *nhom* maius eſt rectangulo *adfr*: atque adeò, diuiſâ bifariam in *k* ipſâ *hn*, demiſsâque ad *om* perpendiculari *kt*; rectangulum *khot*, dimidium ipſius *nhom*, maius erit dimidio ipſius *adfr*. Porrò autem, protractâ *kt* vſque ad prædictam curuam in *g*, demiſsâque ad *ny* perpendiculari *gp*; oſtendetur ſimiliter (nam punctum *h* ſumptum eſt pro quouis puncto ipſius *an*) quòd rectangulum *nkgp* maius eſt rectangulo *adfr*. Quare, diuiſâ bifariam in *u* ipſâ *kh*, demiſsâq; ad *gp* perpen-

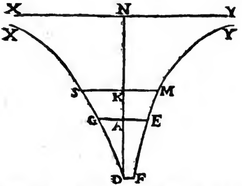
(a) *prænot. 6. huius, & 4. noſtri primi.*

diculari *us*; erit ſimiliter rectangulum *ukgs* (dimidium ipſius *nkgp*) maius dimidio ipſius *adfr*. Atque ita ſemper conſimiliter. Itaque infinita eſt portio interminata *yeany*, vtpote infinita continens diſtincta rectangula, ſingula maiora dimidio ipſius *adfr*; atque adeò infinities etiam continebit ipſam portionem terminatam *adfe*. Quoniam igitur tempus totale ex *n* in *a* ita eſt ad tempus totale ex *a* in *d*, vt portio illa interminata *yeany* ad portionem terminatam *adfe*; infinitum erit tempus illud totale ex *n* in *a*, vt pote infinities continens ipſum tempus totale ex *a* in *d*. Quare pondus *n* nullo finito tempore perueniet vſque in *a*, & multò minùs vſque in *d*.

Aſſumptum eſt autem punctum *a* pro quouis puncto ipſius *nd*, deſignabili inter puncta *n*, & *d*: Igitur pondus *n* nullo finito tempore egredietur de puncto *n*, ſeu de parte infiniteſimâ *n*; ſed ibi ſemper morabitur. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VNDECIMA.

Sin verò ita res intelligatur, vt, deſignatis in rectâ nd *duobus quibuſuis punctis* a *&* k, *ratio impetus ſingularis acqui-*



ſiti in parte infiniteſimâ a, *ad impetum ſingularem acquiſitum in æquali parte infiniteſimâ* k, *componatur ex ratione directâ diſtantia*

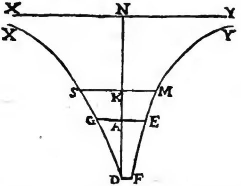
Digitized by Google

ſtantiæ a d *ad diſtantiam* k d, *& ex reciprocâ impetus totalis in* k *ad impetum totalem in* a: *Dico pondus* n *motum iri ex* a *verſus* d, *finitoque tempore in ipſum punctum* d *perventurum.*

DVctâ enim perpendiculari *n x*, intelligatur ad eaſdem partes conſtituta talis curua; ad quam demiſſis ex duobus quibuſuis punctis ipſius *n d* rectis *a g*, *k s* perpendicularibus ipſi *n d*, ita ſit *a g* ad *k s*, vt impetus ſingularis acquiſitus in *a* ad ſingularem impetum acquiſitum in *k*. Conſtat, quòd figura *x n d g s x* repræſentabit impetus ponderis *n* in motu per *n d*; ſeu ſingulares acquiſitos in ſingulis æqualibus infiniteſimis partibus ipſius *n d*, ſeu totales aggregatos ex omnibus ſimul præcedentibus. Cùm enim ita ſit ordinatim applicata *a g* ad ordinatim applicatam *k s*, vt ſingularis impetus acquiſitus in *a* ad ſingularem impetum acquiſitum in *k*, vbiuis deſignata fuerint ipſa puncta *a*, & *k* in rectâ *n d*; conſequens etiam eſt, vt aggregatum omnium ordinatim applicatarum ab eâ curuâ ad axem *n d*, nimirum integra figura *x n d g s x*, eam habeat rationem ad reſpectiuas portiones *x n a g s x*, *x n k s x*, quæ eſt impetus totalis aggregati in *d*, ad impetus totales aggregatos in *a*, & in *k*. Et quoniam ratio impetus acquiſiti in *a* ad impetum acquiſitum in *k* componitur ex ratione directâ diſtantiæ *a d* ad diſtantiam *k d*, & ex reciprocâ impetus totalis in *k* ad impetum totalem in *a*, hoc eſt portionis *x n k s x* ad portionem *x n a g s x*; ex eiſdem etiam rationibus componetur ipſa *a g* ad *k s*. Patet etiam, quòd ea curua ex vnâ parte incidet in punctum *d*, cùm nulla ibi fiat acquiſitio impetus; ex alterâ verò ſemper quidem accedet, ſed nunquam tamen occurret ipſi *n x*, in infinitum protractæ.

Concipiatur etiam talis alia curua conſtituta, ad quam protractis in *e*, & *m* ipſis *g a*, *s k*, ita ſit *a e* ad *k m*, vt reciprocè portio *x n k s x* ad portionem *x n a g s x*. Conſtat primò, quòd ea non incidit in punctum *d*. Si enim excitetur ad *n d* perpendicularis *d f*, quæ ita ſit ad *a e*, vt reciprocè portio *x n a g s x* ad integram figuram *x n d g s x*, pertinebit vtique punctum *f*

adeiuſmodi curuam. Conſtat ſecundò, quòd ea repræſentabi tempora ponderis *n* in motu per *n d*. Nam, vbiuis deſignata fuerint ipſa puncta *a*, & *k* in rectâ *n d*, ita eſt ordinatim applicata *a e* ad ordinatim applicatam *k m*, vt reciprocè portio *x n k s x* ad portionem *x n a g s x*, ſiue vt impetus totalis in *k* ad impetum totalem in *a*: vt autem impetus (a) totalis in *k* ad



impetum totalem in *a*, ita reciprocè mora infiniteſima temporis in *a* ad moram infiniteſimam temporis in *k*: igitur ita eſt ordinatim applicata *a e* ad ordinatim applicatam *k m*, vt directè mora infiniteſima temporis in *a* ad moram infiniteſimam temporis in *k*. Vnde etiam conſequitur, vt aggregatum omnium ordinatim applicatarum ab iſtâ curuâ ad axem *n d*, nimirum integra figura *y n d f e m y* eam habeat rationem ad reſpectiuas portiones *y n a e m y*, *y n k m y*, quæ eſt temporis totalis ex *n* in *d* ad tempora totalia ex *n* in *a*, & ex *n* in *k*. Quare (per conuerſionem rationis, & diuidendo) ita erit tempus (v. g.) ex *n* in *a* ad tempus ex *a* in *d*, vt portio *y n a e y* ad portionem *e a d f*.

Iam verò oſtendere oportet, finitam eſſe rationem portionis *y n a e y* ad portionem *e a d f*. Breuitatis enim gratiâ ponatur *a e* æqualis ipſi *a g*. Quoniam ratio *k s* ad *a g* componitur ex ratione directâ diſtantiæ k *d* ad diſtantiam *a d*, & ex reciprocâ impetus tota-

(a) *prænot. 6. huius, & 4. noſtri primi.*

totalis in *a* ad impetum totalem in *k*, hoc eſt moræ infiniteſimæ in *k* ad moram infiniteſimam in *a*, nimirum ipſius *km* ad *ae*; eſtque *kd* maior quàm *ad*: conſequens vtique eſt, vt ratio *km* ad *ae* minor ſit ratione *ks* ad *ag*, ſiue *ae* ipſi æqualem. Igitur *km* minor eſt quàm *ks*. Atque ita, vbiuis deſignatum fuerit punctum *k* inter puncta *n*, & *a*. Quare figura *ynaey* minor erit ipſâ *xnagx*. Porrò autem, cùm ratio integræ figuræ *xnadx* ad portionem *xnagx* oſtenſa ſit æqualis rationi directæ impetus totalis in *d* ad impetum totalem in *a*, hoc eſt moræ (a) infiniteſimæ in *a* ad moram infiniteſimam in *d*, nimirum ipſius *ae* ad *df*; erit etiam (per conuerſionem rationis, & diuidendo) ita portio *xnagx* ad portionem *gad*, vt *df* ad exceſſum, quo *ae* ſuperat ipſam *df*. Quare, ſi ratio iſtiuſmodi ſit finita: finita etiam erit ratio portionis *xnagx* ad portionem *gad*. Itaque multò magis finita erit ratio figuræ *xnagx* ad figuram *eadf*, quæ facilè, ex prædictis, oſtenditur maior ipſâ *gad*: atque adeò rurſum multò magis finita erit ratio alterius figuræ *ynaey* (quæ vtique oſtenſa eſt minor ipſâ *xnagx*) ad eandem figuram *eadf*.

Sin verò infinita ponatur ratio ipſius *df* ad exceſſum, quo *ae* ſuperet ipſam *df*: hoc eſt, ſi exceſſus prædictus ſit infinitè paruus, iam integra figura *yndfy* non differet à parallelogrammo (nam punctum *a* ſumitur pro quolibet puncto inter puncta *n*, & *d*) atque adeò ita erit figura *ynaey* ad figuram *eadf* vt *na* ad *ad*. Igitur, ſeu finita ponatur, ſeu infinita ratio prædicta, adhuc tamen finitam eſſe oportet rationem figuræ *ynaey* ad figuram *eadf*.

Quare, cùm oſtenſum iam ſit, ita eſſe tempus ex *n* in *a* ad tempus ex *a* in *d*, vt portio *ynaey* ad portionem *eadf*; finita pariter erit ratio temporis ex *n* in *a* ad tempus ex *a* in *d*. Manifeſtum eſt autem, finitum eſſe tempus ex *a* in *d*: igitur finitum eſt etiam tempus ex *n* in *a*, atque adeò ipſum etiam integrum tempus ex *n* in *d*. Quod vtique erat demonſtrandum.

PRO-

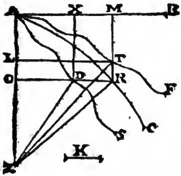
(a) *pranot. 6. huius, & 4. noſtri primi.*

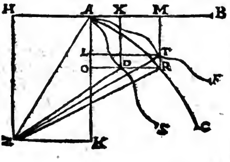
Digitized by Google

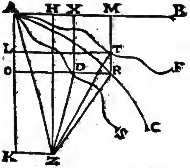
PROPOSITIO DVODECIMA.

Singulares impetus, quos grauia in æqualibus partibus infiniteſimis temporis concipiunt versùs centrum commune, proportionantur ipſis diſtantijs.

REſumptis enim figuris corollarij poſt nonam huius, recolatur ea propoſitio. Porrò oſtenſum eſt in dicto corollario, quòd impetus conceptus à graui *a* in *r* versùs centrum commune *z*, ita eſt ad alterutrum impetum conceptum ab eodem graui, vel in *t*, vel in *d*, versùs idem centrum *z*, vt diſtantia *r z* ad alterutram diſtantiam, vel *t z*, vel *d z*. Sit autem primò impetus conceptus à graui *a* in *r* versùs centrum commune *z*, ad impetum conceptum ab eodem graui in *d* versùs idem centrum *z*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *d z*. Sed hîc recolere oportet ex ſuperioribus, quòd im-







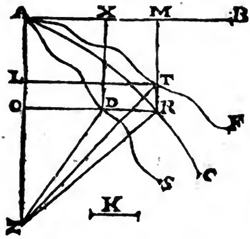
petus totalis in *r* ſecundùm *m r* parallelam ipſi *a z*, tum eſt æqualis impetui totali in *d* ſecundùm *x d* parallellam eidem *a z*, & æqualem ipſi *m r*; tum vterque horum impetuum totalium aggrega-

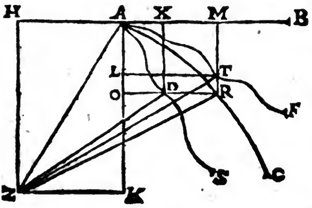
gregatus intelligitur ex omnibus ſimul impetibus, qui ſucceſſiuè ſubnaſci intelliguntur ſecundùm parallelas prædictæ *a z* ex impetibus primigenijs ſucceſſiuè conceptis à graui *a* versùs centrum commune *z*. Et quoniam verum id eſt, vbiuis deſignata fuerint puncta correſpondentia *r*, & *d*; dici propterea oportet, quòd impetus ſubnaſcens ſecundùm *m r* in parte infiniteſimâ *r* æqualis ſit impetui (a) ſubnaſcenti ſecundùm *x d* in æquali parte infiniteſimâ *d*: vnde vtique fit, quòd impetus primigenius ſingularis conceptus à graui *a* versùs centrum commune *z* in eâ parte infiniteſimâ temporis, quâ ipſum morari intelligimus in parte ſpatij infiniteſimâ *r* ſumptâ ſecundum *m r*, ita ſe habeat ad impetum primigenium ſingularem conceptum ab eodem graui versùs idem centrum *z* in eâ parte infiniteſimâ temporis, quâ ipſum morari intelligimus in æquali parte ſpatij infiniteſimâ *d* ſumptâ ſecundùm *x d*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *d z*. Igitur, cùm mora infiniteſima temporis in eâ parte ſpatij infiniteſimâ *r* æqualis ſit moræ infiniteſimæ temporis in alterâ (b) æquali parte ſpatij infiniteſimâ *d* (nimirum propter æqualitatem impetuum totalium, quos inibi obtinet graue *a* ſecundùm prædictas directiones) manifeſtum enim verò fit, quòd ipſum graue *a* in æqualibus partibus infiniteſimis temporis concipit ab illo duplici loco versùs centrum commune *z* impetus proportionatos ipſis diſtantijs *r z*, *d z*. Sit rurſum ſecundò impetus conceptus à graui *a* in *r* versùs centrum commune *z*, ad impetum conceptum ab eodem graui in *t* versùs idem centrum *z*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *t z*. Porrò autem recolere hîc etiam oportet ex ſuperioribus, quòd impetus viuus grauis *a* in *r* ſecundùm *o r* parallelam ipſi *a b*, tum eſt æqualis impetui viuo in *t* ſecundùm *l t* parallelam eidem *a b*, & æqualem ipſi *o r*; tum vterque horum impetuum viuorum æqualis eſt illi, qui de primo impetu ſecundùm *a b* ſupereſſe concipitur poſt eliſionem omnium impetuum, qui ſucceſſiuè ſubnaſci intelliguntur ſecundùm ipſas *r o*, *t l* ex impetibus primigenijs ſucceſsiuè conceptis à graui *a* versùs centrum commune *z*.

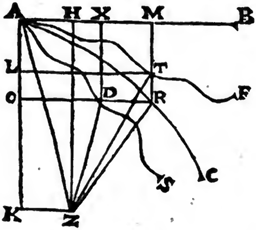
Et

(a) *prænot.* 2. (b) *prænot* 6. *huius*, & 4. *noſtri primi.*

Et quoniam verum id eſt, vbiuis deſignata fuerint puncta correſpondentia *r*, & *t*; dici propterea oportet, quòd impetus ſubnaſcens ſecundùm *r o* in parte infiniteſimâ *r* æqualis ſit impetui (a) ſubnaſcenti ſecundùm *t l* in æquali parte infiniteſimâ *t*: vnde vtique fit, quòd impetus primigenius conceptus à graui *a* versùs centrum commune *z* in eâ parte infiniteſimâ temporis, qua ipſum morari intelligimus in parte ſpatij infiniteſimâ *r* ſumptâ ſecundùm *o r*, ita ſe habeat ad impetum primigenium conceptum ab eodem graui versùs idem centrum *z* in eâ parte infiniteſimâ temporis, quâ ipſum morari intelligimus in æquali parte ſpatij infiniteſimâ *t* ſumptâ ſecundùm *l t*, vt diſtantia *r z* ad diſtantiam *t z*. Igitur, cùm mora infiniteſima temporis in eâ parte ſpatij infiniteſimâ *r* æqualis ſit moræ infiniteſimæ temporis in alterâ







(b) æquali parte ſpatij infiniteſimâ *t* (nimirum propter æqualitatem impetuum viuorum, quos inibi obtinet graue *a* ſecundùm prædictas directiones) manifeſtum enim verò fit, quòd ipſum graue *a* in æqualibus partibus infiniteſimis temporis concipit ab illo duplici loco versùs centrum commune *z* impetus proportio-

na-

(a) *prænot. 2.* (b) *prænot. 6. huius, & 4. noſtri primi.*

natos ipſis diſtantijs rz, tz.

Quoniam igitur punctum t eſt quodlibet punctum ipſius mr vtrinque in infinitum protractæ; atq; item punctum d eſt quodlibet punctum ipſius or vtrinque pariter in infinitum protractæ, vt facilè colligi poteſt ex quintâ, & ſeptimâ huius; oſtenſumque iam eſt, quòd impetus conceptus à graui a in r versùs centrum commune z in quadam parte infiniteſimâ temporis, ita ſe habet ad alterutrum impetum conceptum versùs idem centrum z vel in t, vel in d, in æquali parte infiniteſimâ temporis, vt diſtantia rz ad alterutram diſtantiam vel tz, vel dz: dicendum porrò eſt vniuerſim, quòd ſingulares impetus, quos in deſcenſu grauia acquirunt versùs centrum commune in æqualibus partibus infiniteſimis temporis, proportionantur ipſis diſtantijs. Quod erat &c.

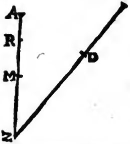
SCHOLIVM.

POſtremæ huius conſequentiæ vim ex eo manifeſtè intellige; quòd, etiam datis poſitione puncto r & centro communi z, ipſa rm (idem valet de ro) eſt quælibet recta, in quamlibet partem ab ipſo puncto r initium ducens. Hoc autem ſatis innoteſcet conſideranti, quòd rectæ az, ab deſignari poſſunt ad libitum. Rurſum verò, ſi fortè dubites ne præcedens propoſitio reſtringenda ſit ad eum caſum, in quo non ſolùm moræ infiniteſimæ temporis, ſed ipſæ etiam particulæ infiniteſimæ ſpatij æquales ſint, ab hâc te ſuſpicione liberabit ſequens theorema.

PROPOSITIO DECIMATERTIA.

Ratio ſingularium impetuum, quos grauia concipiunt versùs centrum commune in duabus quibuslibet infiniteſimis partibus ſpatij, componitur ex rationibus directis diſtantiarum à centro communi, & morarum infiniteſimarum temporis in ipſis propoſitis infiniteſimis partibus ſpatij.

INtelligatur graue *a* deſcendere per *az* verſùs centrum commune *z*: In ipſâ autem *az* deſignentur duæ quælibet infiniteſimæ partes ſpatij, vna *r*, altera *m*. Dico rationem impetus ſingularis concepti à graui *a* in parte infiniteſimâ *r* ad impetum ſingularem conceptum in parte infiniteſimâ *m*, componi ex rationibus directis diſtantiæ *rz* ad diſtantiam *mz*, & moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*. Aſſumptâ enim diſtantiâ *dz* æquali ipſi *rz*, deſignatâque infiniteſimâ *d* æquali propoſitæ infiniteſimæ *m*, conſideretur impetus



ſingularis deorſum conceptus in *d* à quodam graui *d* in tantâ morâ temporis, quanta eſt mora infiniteſima ipſius grauis *a* in *m*. Quæ quidem æqualitas moræ continget, ſi impetus totalis grauis *d* in *d* ſecundùm *dz* æqualis ponatur impetui (a) totali grauis *a* in *m* ſecundùm *mz*. Porrò autem ratio impetus concepti à graui *a* in *r* ad impetum conceptum in qualibet alterâ infiniteſimâ *m*, componitur ex ratione impetus concepti à graui *a* in *r* ad impetum conceptum à graui *d* in *d*, & ex ratione impetus concepti à graui *d* in *d* ad impetum conceptum in ipſâ propoſitâ infiniteſimâ *m*. At prior harum rationum æqualis eſt rationi (b) moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *d*, ſeu moram infiniteſimam temporis in *m*. Poſterior autem æquatur (per præcedentem) rationi diſtantiæ *dz*, ſeu *rz* ad *mz*. Igitur ratio impetus concepti à graui *a* in quadam parte ſpatij infiniteſimâ *r* ad impetum conceptum in qualibet alterâ parte ſpatij infiniteſimâ *m*, componitur ex rationibus directis diſtantiæ *rz* ad diſtantiam *mz*, & moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*. Quod erat &c.

SCHO-

(a) *prænot. 6. huius, & 4. noſtri primi*. (b) *ſchol. ſeq.*

SCHOLIVM.

ASſumimus hîc tanquam certum, quòd, ſtante æquali diſtantiâ à centro communi *z*, impetus ſingulares concepti à grauibus in duabus quibusuis, etiam inæqualibus, infiniteſimis ſpatij partibus *r*, & *d* proportionentur moris infiniteſimis temporis. Nam ex vnâ parte dubitari nequit, quin, præciſâ conſideratione temporis, æquales ſint impetus ſingulares à grauibus concepti ab æquali diſtantiâ à centro communi: ex alterâ verò negari nequit, quin attendendus ſit temporis fluxus ad multiplicandum ipſum impetum deorſum, quatenus nimirum iugiter à grauibus nouus & nouus deorſum impetus ſucceſſiuè concipitur. Hinc autem manifeſtè conſequitur intentum præſens. Neque te mouere debet, quòd in ipſo motu per infiniteſimas *r*, & *d* non ſemper inuariata maneat æqualis diſtantia *rz*, & *dz*, ſi nempe impetus totalis in *d* ſecundùm *dz* ponatur maior impetu totali in *r* ſecundùm *rz*: non, inquam, mouere te debet; tum quia, ſi præter tempus attendere etiam velis diſtantiam à centro communi, illud ipſum eſt, in quod nos incumbimus; tum quia rurſum defectus iſtiusmodi ab æqualitate eſt infinitè paruus, atque adeò aptus inducere errorem duntaxat infinitè paruum, vt in ſimili monuimus in prænotando quinto. Super hâc tamen re plura ſelectiora leges initio libri quarti.

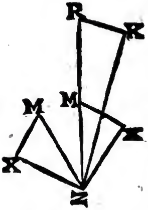
COROLLARIVM I.

HInc, ſi partes ſpatij infiniteſimæ *r*, & *m* æquales inter ſe fuerint, ratio impetus ſingularis concepti à graui *a* in *r* versùs centrum commune *z*, ad impetum ſingularem conceptum in *m* versùs idem centrum *z*, componetur ex ratione directâ diſtantiæ *rz* ad diſtantiam *mz*, & ex reciprocâ impetus totalis in *m* ad impetum totalem in *r*; ſiquidem poſterior hæc ratio æqualis erit rationi (a) directæ moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*.

(a) *prænot. 6. huius, & 4. noſtri primi.*

COROLLARIVM II.

HInc rurſum ratio ſingularium impetuum ſubnaſcentium in duabus quibuſuis infiniteſimis ſpatij partibus *r*, & *m*, verſùs duo quælibet centra particularia *k*, & *x*, componitur & ipſa ex rationibus directis diſtantiæ *rk* ad diſtantiam *mx*, & moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*, ſumptis vtique partibus *r*, & *m* ſecundùm ipſas directiones *rk*, *mx*. Nam ratio impetus ſingularis ſubnaſcentis in *r* verſùs centrum particulare *k*, ad impetum ſingularem primigenium conceptum ibi in *r* verſùs centrum commune *z*, in æquali ipsâ infiniteſimâ temporis parte, æquatur (a) rationi diſtantiæ *r*k ad diſtantiam *rz*. Ratio autem impetus primigenij concepti in *r* verſùs centrum commune *z*, ad impetum primigenium conceptum in *m* verſùs idem centrum *z*, componitur (per præcedentem) ex rationibus diſtantiæ *rz* ad diſtantiam *mz*, & moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*. Ac tandem ratio impetus primigenij concepti in *m* verſùs centrum commune *z*, ad impetum ſingularem ſubnaſcentem in *m* verſùs (b) centrum particulare *x* in æquali ipsâ infiniteſimâ temporis parte, æquatur rationi diſtantiæ *mz* ad diſtantiam *mx*. Igitur ratio impetus ſingularis ſubnaſcentis in *r* verſùs centrum particulare k, ad impetum ſingularem ſubnaſcentem in *m* verſùs centrum particulare *x*, componitur ex prædictis quatuor rationibus. Porrò autem tres rationes *r*k ad *rz*, *rz* ad *mz*, & *mz* ad *mx*, æquantur rationi *rk* ad *mx*. Itaque ratio prædictorum ſubnaſcentium ſingularium impetuum componitur ex rationibus directis diſtantiæ *r*k ad diſtantiam *mx*, & moræ infiniteſimæ temporis in *r* ad moram infiniteſimam temporis in *m*. Quod erat demonſtrandum.



CO-

(a) 24. *noſtri primi*. (b) 24. *noſtri primi*.

COROLLARIVM III.

QVare, ſi moræ infiniteſimæ temporis æquales inter ſe fuerint; ratio prædictorum, ſeu primigeniorum, ſeu ſubnaſcentium impetuum æquabitur ſoli rationi directæ diſtantiæ *rk* ad diſtantiam *mx*. Viciſſim autem, ſi diſtantię *r*k, *mx* ęquales inter ſe fuerint, prædicta ratio æquabitur ſoli rationi directæ morarum temporis.

COROLLARIVM IV.

PRæterea, ſi partes ſpatij infiniteſimæ *r*, & *m*, ſumptæ vtique ſecundùm directiones *r k*, *m x*, æquales inter ſe fuerint; ratio prædicta componetur ex ratione directâ diſtantiæ *rk* ad diſtantiam *mx*, & ex reciprocâ impetus totalis in *m* versùs centrum particulare *x*, ad impetum totalem in *r* versùs centrum particulare *k*. Conſtat ex dictis in primo corollario.

COROLLARIVM V.

COlligitur tandem eaſdem proportiones valere, ſi fiat comparatio alicuius ſingularis impetus ſubnaſcentis versùs quoddam centrum particulare, cum altero impetu primigenio vbilibet concepto versùs centrum commune. Id autem facilè eruitur ex præmiſſis.

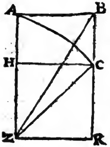
PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

E*Xiſtente* z *centro communi grauium, & angulo* b a z *recto; graue quodpiam* a *proiectum intelligatur ſecundùm* a b: *deſcribet ſanè, dum libera ſit via, curuam quandam; in quâ aſſumpto quolibet puncto* c, *demittatur ad* a b *perpendicularis*

c b,

c b, *atque item ad* a z *perpendicularis* c h. *Dico, quòd graue* a, *æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ* a c, *tum perfeciſſet ipſam* a b, *ſi planum* a b *eius deſcenſui reſtitiſſet, tum etiam perfeciſſet ipſam* a h, *ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus verſùs centrum commune* z.

IVngantur enim *c z*, *b z*. Conſtat æquales inter ſe eſſe *b a*, *c h*. Quare impetus ſubnaſcens in *c* ſecundùm *c b*, ita erit ad impetum (a) ſubnaſcentem in *b* ſecundùm *b a*, vt mora temporis in *c* ad moram temporis in *b*. Igitur impetus proiectionis ſecundùm *a b*, aut *b c* parallelam, & æqualem ipſi *a b*, patitur inibi detrimenta proportionata moris temporis in ipſis correſpondentibus infiniteſimis ſpatij. Verum autem id eſt, vbiuis ſumptę fuerint infiniteſimę correſpondentes *c*, & *b*. Eſt etiam pro vtrâque hypotheſi æqualis impetus ab initio motus. Igitur graue *a* æquali ſemper reſpectiuè impetu (b) procedit per planum *a b*, ſiue hoc immotum intelligatur in ſuo ſitu, ſeu concipiatur deſcendere ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a z*, deſcribente puncto *a* ipſam *a z*. Quare graue *a*, æquali ipſo tempore (c) deſcriptionis curuæ *a c*, perfeciſſet ipſam *a b*, æqualem nempe, & parallelam ipſi *b c*. Quod erat priore loco demonſtrandum.



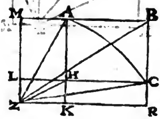
Porrò autem, completo rectangulo *z b c r*, æquales inter ſe erunt *b z*, *c r*. Quare impetus ſubnaſcens in *c* verſùs centrum particulare *r* ita erit ad impetum primigenium (d) conceptum in *b* verſùs centrum commune *z*, vt mora temporis in *c* ad moram in *b*. Igitur impetus naturalis ſecundùm *a b*, aut *b c* parallelam, & æqualem ipſi *a b*, acquirit inibi incrementa proportionata moris temporis in ipſis correſpondentibus infiniteſimis ſpatij. Verum autem id eſt, vbiuis deſignatæ fuerint infiniteſimæ correſpondentes *c*, & *b*. Eſt etiam pro vtrâque hypotheſi æqualis impe-

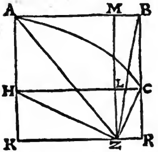
(a) *cor.* 3. *prac.* (b) *pranot.* 3. (c) *pranot.* 4. (d) *cor.* 3. *&* 5. *prac.*

petus ab initio motus. Igitur graue *a* æquali ſemper reſpectiuè impetu (a) deſcendit per planum *a z*, ſiue hoc intelligatur immotum in ſuo ſitu, ſeu concipiatur procedere ſibi ipſi parallelum ſecundùm *a b*, deſcribente puncto *a* ipſam *a b*. Quare graue *a*, æquali ipſo tempore deſcriptionis (b) curuæ *a c*, perfeciſſet ipſam *a b*, æqualem nempe, & parallelam ipſi *b c*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus versùs centrum commune *z*. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

PROPOSITIO DECIMAQVINTA.

Sin autem, cæteris alijs manentibus, obtuſus fuerit, vel acutus angulus b a z: *aſſumpto itidem in curuâ deſcriptâ quolibet puncto* c, *ducatur ad* a b *perpendicularis* c b, *compleaturque rectangulum* c b a h. *Dico rurſum, quòd graue* a, *æquali ipſo tempore deſcriptionis curuæ* a c, *tum perfeciſſet ipſam* a b, *ſi planum* a b *eius deſcenſui reſtitiſſet, tum etiam perfeciſſet ipſam* a h, *ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus per planum* a h *perpendiculare ipſi* a b.

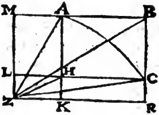


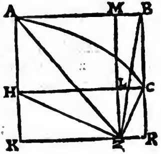


DVcatur enim ad *a b*, ſi opus fuerit, protractam, perpendicularis *z m* occurrens ipſi *b c* protractæ, ſi opus fuerit, in *l*. Tum compleantur rectangula *z m b r*, *z m a* k, iunganturque *z b*,

(a) *pranot.* 3. (b) *pranot.* 4.

zb, zc, zb. Conſtat æquales inter ſe fore bm, cl. Quare impetus ſubnaſcens in b verſus centrum particulare m, ita erit ad impetum (a) ſubnaſcentem in c verſus centrum particulare l, vt mora infinitesima in b ad moram infiniteſimam in c. Igitur impetus proiectionis ſecundùm ab, aut bc parallelam, & æqualem ipſi ab, patitur inibi detrimenta, aut incrementa acquirit (prout nempe locata fuerint ipſa puncta m, & l) proportionata moris temporis in ipſis correſpondentibus infiniteſimis ſpatij. Verum





autem id eſt, vbiuis deſignatæ fuerint infiniteſimæ correſpondentes b, & c. Eſt etiam pro vtrâque hypotheſi æqualis impetus ab initio motus. Igitur graue a æquali ſemper reſpectiuè impetu (b) procedit per planum ab, ſiue hoc immotum intelligatur in ſuo ſitu, ſeu concipiatur deſcendere ſibi ipſi parallelum ſecundùm ab, deſcribente puncto a rectam ab. Quare graue a, æquali ipſo tempore (c) deſcriptionis curuæ ac, perfeciſſet ipſam ab, æqualem nempe, & parallelam ipſi bc. Quod erat priore loco demonſtrandum.

Rurſum conſtat æquales inter ſe fore cr, bk. Quare impetus ſubnaſcens in c versùs centrum particulare r, ita erit ad impetum (d) ſubnaſcentem in b versùs centrum particulare k, vt mora temporis in c ad moram in b. Igitur impetus naturalis ſecundùm ab, aut bc parallelam, & æqualem ipſi ab, acquirit inibi

(a) *cor. 3. poſt 13. huius.* (b) *pranot. 3.* (c) *pranot. 4.*
(d) *cor. 3. poſt 13. huius.*

inibi incrementa proportionata moris temporis in ipſis correſpondentibus infiniteſimis ſpatij. Verum autem id eſt, vbiuis deſignatæ fuerint infiniteſimæ correſpondentes *c*, & *b*. Eſt etiam pro vtrâque hypotheſi æqualis impetus ab initio motus. Igitur graue *a* æquali ſemper reſpectiuè impetu (a) deſcendit per planum *ab*, ſiue hoc intelligatur immotum in ſuo ſitu, ſeu concipiatur procedere ſibi ipſi parallelum ſecundùm *ab*, deſcribente puncto *a* ipſam *ab*. Quare graue *a*, æquali ipſo tempore deſcriptionis (b) curuæ *ac*, perfeciſſet ipſam *ab*, æqualem nempe, & parallelam ipſi *bc*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus per planum *ab*, perpendiculare ipſi *ab*. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

COROLLARIVM.

HInc habes, quâ ratione (conſule etiam figuram prop. 14. præc.) determinari poſſint omnia puncta curuæ, à proiectis deſcriptæ. Si enim conſtet, quòd graue *a* proiectum ſecundùm *ab* perueniret ex *a* in *b* (dum planum *ab* eius deſcenſui reſiſteret) æquali ipſo tempore, quo deſcenderet ex quiete ab *a* in *b*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus deorſum; ſiue intelligatur deſcenſus fieri per *az*, quæ perpendicularis ſit ad *ab*; ſeu ſtatuatur fieri per quandam *ak* perpendiculariter excitatam ad prædictam *ab*: ſi, inquam, alicunde id conſtet, compleaturque rectangulum *babc*; patet ſanè punctum *c* pertinere ad curuam ab ipſo graui *a* deſcriptam. Atque ita ſimiliter de alijs punctis.

Q NEO-

(a) *prænot.* 3. (b) *prænot.* 4.

NEO-STATICÆ
LIBER QUARTUS.

SYNOPSIS.

IMpetus totales, in deſcenſu ex quiete à graui acquiſitos, proportionales demonſtramus ordinatim applicatis in quadrante circuli, cuius radius ſit recta iungens centrum grauium cum puncto illo ſpatij, vnde ex quiete cœpit graue deſcendere: Tempora verò proportionalia eſſe arcubus, inter ordinatas & verticem interceptis. Rurſum omnia grauia ex quacunque diſtantiâ æquali tempore ad centrum ex quiete peruenire. Præterea oſtendimus, circumferentiam circuli, aut ellypſeos, pro diuerſitate impetus ab extrinſeco impreſſi, per æternas reuolutiones à proiectis deſcribi. His accedit comparatio hypotheſis noſtræ cum communi Galilæanâ, quoad impetus totales, ac tempora. Poſtremò, datâ tangente (præterquam ad verticem) illius figuræ curuæ, cuius ordinatæ repræſentant tempora totalia, in deſcenſu grauium ex quiete iuxta noſtram hypotheſim; ſicut etiam, datâ in lineis rectis ratione temporis iuxta noſtram hypotheſim ad tempus iuxta hypotheſim Galilæanam; oſtendimus quadraturam circuli.

Digitized by Google

INTRODVCTIO.

AMabit fortaſse Lector occaſionem noſtrarum ſuper hoc toto argumento contemplationum penitiùs intelligere. Ecce autem paucis rem exequor. Pater Thomas Ceua typis ediderat libellum ſuum de naturâ grauium; in quo duo præcipuè intendit: vnum eſt, quòd impetus grauium ex quiete versùs centrum proportionentur diſtantijs ab ipſo centro: alterum, facili ratiocinio inde fluens, quòd omnia grauia (ſuppoſitâ nempe ſimili motus acceleratione) æquali tempore ex quacunque diſtantiâ ad centrum perueniant. Conſultus ab eo fui, quale ſuper iſtis iudicium ferrem. Reſpondi, videri ea mihi feliciter demonſtrata, nec aliàs poſſe in controuerſiam adduci, niſi ad examen pariter vocaretur libra Archimedea cum alijs bene multis theorematis, quæ Galilæus, & alij poſt ipſum de momentis grauium tradiderant. Itaque iniunxit mihi, pro ſuâ erga me beneuolentiâ, vt, quoniam aliquibus non aliter admittenda videbatur libra Archimedea, præterquàm infinitè diſſita à centro, conarer illam, ſi poſſem, è tantâ diſtantiâ ad nos vſque deducere. Parui libens amico optimo: ſed rem acri animo aggreſſus, ſtatim enim verò perſpexi, altioribus hâc de re decernendum eſſe principijs, quàm initio cogitaueram. Scilicet, non ex librâ Archimedeâ prætenſam impetuum ex quiete proportionem, ſed magis ex eâ proportione aliunde ſtabilitâ libram ipſam Archimedeam demonſtrandam cognoui. Rurſum verò, ex impetibus ſucceſſiuè in deſcenſu à graui conceptis, gradus mihi faciendus fuit ad primum impetum ex quiete conceptum. Ægrè id initio tulit P. Ceua, cui plurimùm arridebat decantata ab integro ſæculo poſt Galilæum vniformis acceleratio motus, quam vtique nouo iſto proceſſu deletum iri peruidebat. Ego tamen aiebam, perſuaſum nunquam mihi fore, quòd graue deſcendens æqualia æqualibus temporibus incrementa virium acquirat, nullâ habitâ ratione diſtantiarum à centro, dum aliàs ratio eiuſmodi habenda foret in conceptione primi impetus

ex quiete. Addebam etiam fieri nullatenus poſſe, quin ratio aliqua diſtantiarum in deſcenſu haberetur, ne, contra naturam centri, versùs quod impetus omnis naturalis concipitur, admittere cogeremur impetum aliquem ex ipſo centro conceptum. Quare pro ipſo deſcenſu regula aliqua ſucceſſiuè concipiendorum impetuum ſtabilienda erat, ſecundùm quam à primo maiore impetu ex quiete concepto gradus fieret per minores & minores impetus, vſque ad nullum. Semel autem euicto, quòd ex minore & minore diſtantiâ à centro, minores & minores impetus concipiantur in deſcenſu à graui; palàm enim verò fit, quòd etiam ex quiete (neque enim vllum intereſſe poteſt diſcrimen) maior quidem impetus concipiatur ex maiore diſtantiâ, minor verò ex minore: quod vtique, ſeorsùm ab illâ præuiâ conſideratione, demonſtrari nunquam continget. Multa ex aduerſo ingenioſè, ac validè repoſuit P. Ceua: mutuis epiſtolis diu eſt concertatum: neque etiam familiaribus altercationibus parcitum eſt. Sed ego interim concinnaui operoſa libri præcedentis theoremata: quibus lectis, ac perpenſis, ac rurſus pulchritudine eorum, quæ ſequenti libro continentur, magis adhuc deuinctus P. Ceua, æquo animo totus tandem venit in meam ſententiam aduersùs communem iam receptam.

Porrò autem, deſignatis duabus æqualibus infiniteſimis ſpatij, per quas duo grauia, ſiue ex quiete, ſiue non, deſcendere intelligantur versùs centrum; præter rationem vnam componentem, quæ apud nos eſt diſtantiarum à centro ſecundùm longitudinem, & apud Galilæum æqualitatis, interuenire etiam debere rationem temporis ad tempus, vt inde habeatur ratio compoſita impetus acquiſiti in motu per vnam infiniteſimam ad impetum acquiſitum in motu per alteram æqualem infiniteſimam; patens enim verò eſſe poteſt: quandoquidem tempus interuenire omnino debet ad multiplicandum impetum, qui ſecundùm priorem rationem præciſiuè à tempore concipi intelligitur: cæterùm enim graue, contra manifeſtam experientiam, moueri nunquam ex quiete incipiet versùs centrum. Et quidem, aſſumptâ ratione diſtantiarum à centro,

centro, demonſtratum id habes in propoſitione decimâ libri præcedentis. Vniuerſim autem abſurdum iſtud neceſſarium foret, ſi impetus grauis deorſum nunquam augeretur (quacunque tandem ratione augmentum eiuſmodi fieret) niſi ex nouo & nouo loco per ipſum motum acquiſito; quia ſcilicet nunquam accideret, vt graue è ſuâ primâ ſtatione dimoueretur, propter inſufficientiam ad motum primi ſeorsùm impetus ex quiete concepti. Neque tamen vacat nouâ figurâ geometricâ contemplandam exhibere conſecutionem prædictam, quam puto ſatis perſpectam fore ex methodo à nobis vſurpatâ in demonſtratione prçcitatæ propoſitionis. Itaque in motu per eas infiniteſimas multiplicari iugiter intelligitur impetus ſecundùm priorem quamlibet rationem ſtabilitus, adeò vt nempe ratio etiam temporis ad tempus interuenire debeat ad exhibendam nobis prædictam rationem compoſitam. Vbi facilè vides idem planè dicendum, etiam ſi deſignatæ infiniteſimæ fuerint inæquales. Præciſâ enim ratione temporis ad tempus, inuariata manet altera ratio componens, ſiue æqualitatis iuxta Galilæum, ſiue iuxta nos diſtantiarum à centro ſecundùm longitudinem, ſiue alia quælibet excogitabilis; inuariata, inquam, cùm inæqualitas prædicta, vel nullum inducere poſſit diſcrimen, vt iuxta Galilęum, vel illud infinitè paruum, atque adeò apud geometras nullum.

Atque hinc declaratam habes, amice Lector, noſtratum meditationum occaſionem, atque item abunde ſuppleta, quæ in libro præcedente deſiderari poſſe cognouimus. His autem dictis duo adhuc ſubnectimus prænotanda; quæ quidem, vt nimis facilia, à numero ſequentium theorematum ſecernenda iudicauimus.

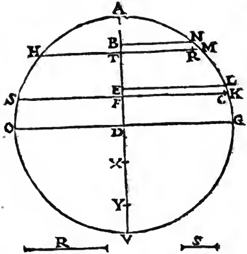
PRÆNOTANDA.

1 ADmiſsâ communi poſt Galilæum ſententiâ, quæ grauibus deſcendentibus æqualia velocitatis incrementa æqualibus temporibus attribuit, conſtat ſanè ita fore impetum, vno aliquo tempore acquiſitum, ad impetum alio quouis tempore acquiſitum, vt tempus ad tempus.

2 Si

2 Si duo grauia ex æquali diſtantiâ à centro percurrere intelligantur ex quiete duas æquales infiniteſimas ſpatij, vnum quidem iuxta hypotheſin Galilæanam, alterum verò iuxta noſtram prædictam; æqualem tamen impetum acquirent in motu per eas infiniteſimas. Nam (præcisâ multiplicatione impetuum iuxta temporis fluxum) primi ipſi impetus, ex quiete concepti, ponuntur à nobis æquales: rurſum verò, quoad multiplicationem, nullum eſt in motu per eas infiniteſimas diſcrimen inter hypotheſin Galilęanam, & noſtram; quoniam imminutio diſtantię à centro, quę ſola in noſtrâ hypotheſi varietatem aliquam poſſet inducere, eſt infinitè parua, atque adeò apud geometras nulla. Itaque conſtat aſſertum.

PROPOSITIO PRIMA.



Eſto circulus, cuius centrum d, *diameter* a u. *Ordinatim applicentur à circunferentiâ ad circunferentiam, inter puncta* a, *&* d, *dua quauis*, h t m *minor*, s f k *maior*. *Rurſum ratio* r *ad* s *componatur ex rationibus* t d *ad* f d, *&* f k *ad* t m. *Dico ſumi poſſe in radio* a d *duo puncta* b, *&* e, *tum aquè diſtantia à punctis* t, *&* f, *tum remotiora à centro, quàm ipſa puncta* t, *&* f; *adeò ut, ordinatim applicatis* b n, e l, *ratio exceſſus ordinata* t m *ſupra ordinatam* b n, *ad exceſſum ordinata* f k *ſupra ordinatam* e l, *ſemper magis ſine vllo termino accedat ad aqualitatem cum prædictâ ratione* r *ad* s.

Su-

DEſignetur enim in *au*, verſus partes puncti *u*, portio *ex* dupla ipſius *ed*; & *by* dupla ipſius *bd*. Rurſum exceſſus ordinatę *tm* ſupra ordinatam *bn* ſit *mr*; & exceſſus ordinatę *fk* ſupra ordinatam *el* ſit *kc*. Iam ſic. Quadratum *bn* æquatur quadrato *ad*, minùs quadrato intermediæ ſectionis *bd*: ſimiliter quadratum *tm* ęquatur eidem quadrato *ad*, minùs quadrato intermediæ ſectionis *td*. Igitur quadratum *bn* ſuperatur à quadrato *tm* exceſſu quadrati *bd* ſupra quadratum *td*. Hic autem exceſſus æquatur quadrato *bt*, & duplo rectangulo *btd*: nimirum æquatur vni rectangulo *bty*. Pariformiter oſtendemus, quòd exceſſus quadrati *fk* ſupra quadratum *el* æquatur vni rectangulo *efx*. At verò exceſſus quadrati *tm* ſupra quadratum *bn* æquatur etiam quadrato *mr*, & duplo rectangulo *mrt*; nimirum æquatur vni rectangulo *mrb*: & ſimiliter excesſus quadrati *fk* ſupra quadratum *el* æquatur rectangulo *kcs*. Quare ita ſe habet rectangulum *mrb* ad rectangulum *kcs* vt rectangulum *bty* ad rectangulum *efx*; nimirum (propter æquales *bt*, *ef*) vt recta *ty* ad rectam *fx*. Igitur ratio *ty* ad *fx* componitur ex rationibus *mr* ad *kc*, & *rb* ad *cs*: Atque adeò ratio *mr* ad *kc* componitur ex ratione (a) directâ *ty* ad *fx*, & ex reciprocâ *cs* ad *rb*. Porrò autem, ſi puncta *b*, & *e* proximiora ſemper ſumantur ipſis *t*, & *f*; rationes *ty* ad *fx*, & *cs* ad *rb*, ſemper magis ſine vllo termino accedent ad æqualitatem cum rationibus *td* ad *fd*, & *fk* ad *tm*; quoniam ſic, ipſæ *td*, *fd*, & *fk*, *tm* ſemper magis ſine vllo termino accedunt, vt ſint æquales medietatibus ipſarum *ty*, *fx*, & *cs*, *rb*. Igitur, ſi puncta *b*, & *e* proximiora ſemper ſumantur ipſis *t*, & *f*, ratio *mr* ad *kc*, nimirum excesſus ordinatæ *tm* ſupra ordinatam *bn*, ad exceſsum ordinatæ *fk* ſupra ordinatam *el* ſemper magis ſine vllo termino accedit ad æqualitatem cum ratione prædictâ *r* ad *s*, compoſitâ nempe ex directâ *td* ad *fd*, & reciprocâ *fk* ad *tm*. Quod erat &c.

CO-

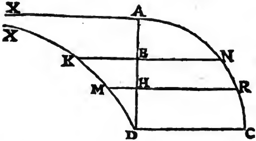
(a) 13. *noſtri ſecundi*.

COROLLARIVM.

HInc, ordinatis in quadrante circuli *adg* duabus quibuslibet *fk*, *tm*; ratio infiniteſimæ, per quam *tm* excedit proximè ordinatam remotiorem à centro, ad infiniteſimam, per quam *fk* excedit proximè vniformiter ordinatam remotiorem à centro, componetur ex ratione directâ *td* ad *fd*, & reciprocâ *fk* ad *tm*. Quoniam enim ratio exceſſus ordinatæ *tm* ſupra ordinatam *bn* remotiorem à centro, ad exceſſum ordinatæ *fk* ſupra ordinatam *el* remotiorem itidem à centro, ſemper magis ſine vllo termino accedit ad æqualitatem cum prędictâ ratione compoſitâ; conſequens planè eſt, vt in eam æqualitatem veniatur, dum ipſę *bn*, *el* fuerint omnino proximę prędictis ordinatis *tm*, *fk*.

PROPOSITIO SECVNDA.

RAtio impetuum totalium, quos graue acquirit in deſcenſu libero ex quiete versùs centrum commune, æquatur rationi directa ordinatim applicatarum ad circumferentiam quadrantis circuli, cuius ſemiaxis ſit recta iungens centrum ipſum commune cum illo puncto ſpatij, vnde ex quiete cœpit graue deſcendere.



ESto quadrans circuli *dac*, cuius centrum *d*. Concipiatur graue *a* deſcendere ex quiete per *ad* versùs ipſum centrum commune *d*: aſſumptiſque in *ad* duabus quibuſuis æqualibus infiniteſimis *b*, & *b*, ordinatim applicentur *bn*, *br*. Dico impetum totalem

lem aggregatum in *b*, ita eſſe ad impetum totalem aggregatum in *b*, vt ordinatim applicata *bn* ad ordinatim applicatam *br*. Intelligatur enim conſtituta ad alias partes talis curua, ad quam protractis in *k*, & *m*, ipſis *nb*, *rb*, ratio *bk* ad *hm* componatur ex ratione directâ *bd* ad *hd*, & ex reciprocâ *hr* ad *bn*. Erit *bk* ad *hm*, vt infiniteſima, per quam *bn* excedit (a) proximè ordinatam remotiorem à centro, ad infiniteſimam, per quam *br* excedit proximè vniformiter ordinatam remotiorem à centro: Atq; ita de cæteris ordinatim applicatis ad prædictam curuam. Porrò excitetur ad *ad* perpendicularis *ax* versùs partes prędictę curuę; cui vtique nunquam occurret, vtcunq; illa protrahi intelligatur. Quoniam igitur *bn* ordinatim applicata in circulo æqualis eſt omnibus ſimul infiniteſimis, per quas ordinatæ omnes applicatæ in circulo inter puncta *a*, & *b*, proximior quidem centro excedit alteram ſibi proximam remotiorem à centro; quemadmodum figura *xabkx* aggregata concipitur ex omnibus ſimul ad ipſam curuam *xk* ordinatim applicatis inter puncta *a*, & *b*: quod quidem conſimiliter valet de *br* ordinatim applicatâ in circulo, ac de figurâ *xahmx*: conſequitur planè ita eſſe figuram *xabkx* ad figuram *xahmx*, vt ordinatim applicata *bn* ad ordinatim applicatam *br*. Quare, ſi graue *a* ita ex quiete deſcendere intelligatur per *ad*, vt in ſingulis æqualibus infiniteſimis partibus ipſius *ad* acquirat impetus ſingulares proportionatos ordinatim applicatis ad prædictam curuam *xd*; ratio impetus ſingularis acquiſiti in quadam parte ſpatij infiniteſimâ *b*, ad impetum ſingularem acquiſitum in alterâ qualibet æquali parte ſpatij infiniteſimâ *b*, componetur ex ratione directâ diſtantiæ *bd* ad diſtantiam *hd*, & ex reciprocâ figuræ *xabmx* ad figuram *xabkx*; hoc eſt, impetus totalis aggregati in *b* ad impetum totalem aggregatum in *b*; ſiquidem conſtat eas figuras proportionatas fore prædictis impetibus totalibus, cùm ipſæ ordinatim applicatæ, ex quibus omnibus eæ figuræ aggregatæ concipiuntur, proportionatæ ponantur impetibus ſingularibus, ſucceſſiuè à graui *a* in ſuo deſcenſu acquiſitis.

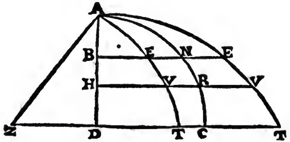
R

(a) *cor. præc.*

ſitis. Atqui ratio iſta concipiendi nouos & nouos ſucceſſiuè impetus, eadem ipſa eſt, quam oſtendimus (a) competere naturaliter grauibus. Igitur, ſi graue *a* naturaliter ex quiete deſcendere intelligatur per *ad* versùs centrum commune *d*; ratio impetus totalis aggregati in *b*, ad impetum aggregatum in qualibet alterâ æquali infiniteſimâ *b*, æquabitur rationi directæ figurarum *xabkx*, *xabmx*, hoc eſt, ipſarum *bn*, *br* ordinatim applicatarum in circulo. Quod erat &c.

COROLLARIVM I.

QVòd ſi eodem centro *d*, ac ſemiaxe *da*, fiat quadrans ellypſeos *dat*, in quâ ordinatim applicentur *be*, *bu*; conſtat vtique ita adhuc fore impetum totalem aggregatum in *b*, ad impetum totalem aggregatum in *b*, vt ordinata *be* ad ordinatam *bu*, cùm iſtæ ordinatæ in eadem ſint ratione, in quâ ipſæ *bn*, *br* ordinatæ in circulo.



COROLLARIVM II.

RVrſum conſtat eandem rationem ſubſiſtere, etiamſi quoddam alterum punctum *z* ſit centrum commune grauium, ipſum verò punctum *d* ſit centrum particulare. Nàm graue *a* in deſcenſu per *ad* acquiret nihilominus in ſingulis æqualibus infiniteſimis ſpatij partibus ſingulares impetus ſubnaſcentes, quorum ratio

(a) *cor. 1. poſt 13. noſtri tertij.*

ratio componetur ex ratione (a) directâ diſtantiarum à centro particulari *d*, & ex reciprocâ impetuum totalium in eiſdem infiniteſimis partibus aggregatorum verſùs idem centrum particulare *d*. Quare ratio impetuum totalium in duobus quibuſuis punctis *b*, & *b* aggregatorum, ęquabitur conſimiliter rationi directæ ipſarum *bn*, *br*, aut *be*, *bu*, nimirum ordinatarum in quadrante circuli, aut ellypſeos.

SCHOLIVM.

SEd videri poſſumus commiſiſſe fallaciam, apud logicos dictam *Conſequentis*. Neque enim demonſtrauimus conuertentem propoſitionis primæ, quam tamen à nobis tacitè ſupponi conſideranti patebit. Nihilominus (conſule figuram propoſit. 1. huius) in hâc re fruſtra immorandum non fuit: quandoquidem, ſeſe ad perpendiculum interſecantibus duabus æqualibus rectis *ad*, *dg*, ſatis ex ſe conſtat determinatam eſſe figuram *adg*, in quâ nimirum ordinatim vniformiter applicatæ à ſemiaxe *ad* ad curuam *ag* eâ tali ratione ſe inuicem excedant; ac propterea eam figuram neceſſariò eſſe quadrantem circuli. Quemadmodum etiam (propiùs ad rem præſentem) perſpectum omnibus eſſe poteſt, determinatam eſſe rationem impetuum totalium (conſule figuram prop. præc.) vbiuis in decurſu aggregandorum, ſi graue *a* ita ex quiete (prout nempe naturaliter fit) deſcendere ponatur per *ad*, vt in duabus quibuslibet æqualibus infiniteſimis ſpatij partibus *b*, & *b* concipiat impetus ſingulares, quorum ratio componatur ex ratione directâ diſtantiæ *bd* ad diſtantiam *bd*, & ex reciprocâ impetus totalis aggregati in *b* ad impetum totalem aggregatum in *b*. Quare; cùm ratio iſta (demonſtrata naturalis) concipiendi nouos & nouos ſucceſſiuè impetus, illi alteri conſonet, quę impetus totales vbiuis in decurſu aggregatos proportionales ſtatuit ordinatim applicatis in quadrante circuli, aut ellypſeos, prout iam demonſtrauimus; hæc enim verò poſterior ratio admittenda etiam ipſa omnino venit.

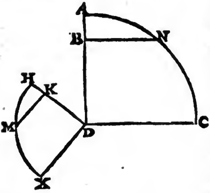
R 2 PRO-

(a) *cor. 4. poſt 13. noſtri tertij.*

Digitized by Google

PROPOSITIO TERTIA.

Impetus ex quiete agglomeratus ex a *in centrum* d *ita ſe habet ad impetum ex quiete agglomeratum ex quouis altero punƈto* h *in idem, aut alterum centrum grauium, vt diſtantia* a d *ad diſtantiam* h d.



Centro enim *d* deſcribantur quadrantes circuli *d a c*, *d h x*. Conſtat ex naturâ circuli, quòd duę ordinatę à duobus quibuſuis punƈtis, ſimiliter diuidentibus radios *a d*, *h d* (vt *b n*, *k m*) proportionales ſunt ipſis radijs *a d*, *h d*. Iam verò, impetus ſingulares concepti in *a* & *b*, in ęquali parte infiniteſimâ temporis, proportionantur (a) eiſdem radijs *a d*, *b d*. Quoniam autem verum ſemper id eſt in ipſo fluxu talis infiniteſimæ temporis; idcircò particulæ infiniteſimæ ſpatij *a*, & *b* in eâ quacunque æquali infiniteſimâ temporis ex quiete percurſæ, ita erunt inter ſe, (b) vt ipſi radij *ad*, *bd*, nimirum (ex prædiƈtâ naturâ circuli,) vt ordinatim applicatæ in quadrantibus ab illis infiniteſimis *a*, & *b*. Porrò; ſi infiniteſima ordinata in quadrante *d a c* ab eâ infiniteſimâ *a* repræſentare ſtatuitur impetum ex quiete agglomeratum in motu per ipſam infiniteſimam *a*; etiam ordinata *dc* repræſentabit (per præcedentem) impetum totalem aggregatum in deſcenſu ex quiete ex *a* in *d*. Pariformiter; ſi infiniteſima ordinata in quadrante *d b x* ab illâ infiniteſimâ *b* repræſentare ſtatuitur impetum ex quiete agglomeratum in motu per ipſam infiniteſimam *b*; etiam ordinata *dx* repræſentabit (per præcedentem) impe-

(a) *cor* 3., *&* 5. *poſt* 13. *noſtri tertij* (b) *lem. ſeq.*

Digitized by Google

impetum totalem aggregatum in deſcenſu ex quiete ex *b* in *d*. Igitur impetus ex quiete agglomeratus ex *a* in *d* ita ſe habet ad impetum ex quiete agglomeratum ex *b* in *d*, vt ordinata *dc* ad ordinatam *dx*, nimirum vt diſtantia *ad* ad diſtantiam *bd*. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

QVare, deſignatis ipſarum *ad*, *bd* duabus quibuslibet portionibus *ab*, *bk*; impetus ex quiete agglomeratus ex *a* in *b* ita erit ad impetum ex quiete agglomeratum ex *b* in *k*, vt ordinata *bn* ad ordinatam *km*. Nam impetus ex quiete agglomeratus ex *a* in *b* ita eſt ad impetum ex quiete (a) agglomeratum ex *a* in *d*, vt ordinata *bn* ad ordinatam *dc*, ſeu radium *ad*: Eſt etiam impetus ex quiete agglomeratus ex *a* in *d* ad impetum ex quiete agglomeratum ex *b* in *d*, vt diſtantia *ad* ad diſtantiam *bd*: Tandem ita eſt impetus ex quiete agglomeratus ex *b* in *d* ad impetum ex quiete (b) agglomeratum ex *b* in *k*, vt ordinata *dx*, ſeu radius *bd* ad ordinatam *km*. Igitur, ex æquo, ita eſt impetus ex quiete agglomeratus ex *a* in *b* ad impetum ex quiete agglomeratum ex *b* in *k*, vt ordinata *bn* ad ordinatam *km*.

LEMMA.

QVandoquidem in motu per infiniteſimam *a*, ſucceſſiuè vniformiter concipiuntur à graui impetus proportionati diſtantijs à centro *d*, atque adeò ſemper æquales, cùm habeatur tanquam nulla imminutio interueniens diſtantiæ ab ipſo centro *d*, vtpote infinitè parua; quod idem valet in motu alterius grauis per infiniteſimam *b*: conſequens planè eſt, vt grauia, quæ eodem ipſo tempore moueri ex quiete intelliguntur per ipſas infiniteſimas *a*, & *b*, obtineant ſemper in motu impetus proportionatos diſtantijs *ad*, *bd*. Quare perinde ſe habebunt inter

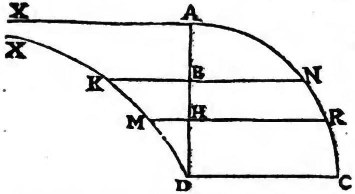
(a) 2. *huius*. (b) 2. *huius*.

Digitized by Google

inter ſe, ac ſi illorum vtrunque æquabiliter ſemper ferretur. Igitur infiniteſimæ *a*, & *b* in qualibet eâdem, aut æquali infiniteſimâ temporis ex quiete percurſæ, ita erunt inter ſe, vt (a) ipſi radij *a d*, *b d*.

PROPOSITIO QVARTA.

R*Eſumptâ figurâ propoſitionis ſecundæ: ſi graue* a *deſcenderit ex quiete ab* a *in quodlibet punctum* h *ipſius* a d, *atque inde retrudi intelligatur tanto impetu viuo ſecundum* h a, *quantus erat agglomeratus ex* a *in* h *ſecundùm* a d: *dico illud graue recurſurum ipſam* h a *æqualibus vbique reſpectiuè impetibus, nimirum proportionalibus ordinatim applicatis in ipſo quadrante circuli* d a c.



SI enim illud graue ita aſcendere intelligatur ab *h* in *a*, vt ſemper obtineat impetus viuos ſecundùm *h a* proportionatos ordinatim applicatis in eo quadrante circuli; patet ſanè, quòd in ſingulis æqualibus infiniteſimis ipſius *h a* deperdet impetus proportionatos infiniteſimis, per quas, ipſæ vniformiter ordinatæ in circulo ſe inuicem excedunt, nimirum, (ex demonſtratis in ſecundâ huius) proportionatos ordinatim applicatis ad eam curuam *x d*, atque adeò (deſignatis infiniteſimis æqualibus *b*, & *b*) dicentes inter ſe rationem compoſitam ex ratione directâ diſtantiæ *b d* ad diſtantiam *h d*, & ex reciprocâ figuræ *x a h m x* ad figuram *x a b k x*, hoc eſt, impetus totalis viui in *h* ad impetum totalem viuum in *b*. Atqui ratio iſta deperdendi impetum ſurſum eadem ipſa eſt, quæ naturaliter competet prædicto graui proiecto ſurſum

(a) 3. *noſtri primi*.

ſum ab *b* verſùs *a*; quandoquidem in ſingulis æqualibus infiniteſimis ipſius *ba* concipiet impetus ſingulares oppoſitos verſùs centrum *d*, dicentes vtique (a) inter ſe prædictam rationem compoſitam. Igitur verè graue illud recurret ipſam *ba* æqualibus vbique reſpectiuè impetibus, nimirum proportionalibus ordinatim applicatis in ipſo quadrante circuli *dac*. Quod erat &c.

SCHOLIVM.

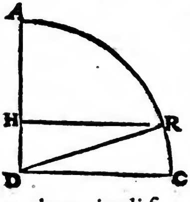
HIc etiam locus eſſe poteſt ſimili obſeruationi factæ in ſcholio poſt ſecundam huius, ad quod lectorem remitto.

COROLLARIVM I.

COnſtat autem idem valere, ſi loco puncti cuiuſdam intermedij *b* aſſumatur ipſum centrum *d*. Rurſum conſtat, quòd inuertice *a* eliſus intelligetur totus impetus ſurſum.

COROLLARIVM II.

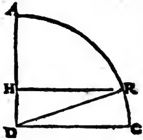
COnſtat etiam, quòd graue proiectum ab *b* ſecundùm quandam directionem *ba*, ad eam vſque altitudinem aſcendet, vnde ſi ex quiete deſcenderet ad ipſum vſque punctum *b*, æqualem ibi obtineret agglomeratum impetum ſecundùm oppoſitam directionem *ab*. Sic autem eam altitudinem determinabis. In rectâ *ab* protractâ centrum aliquod grauium ſit *d*. Rurſum impetus poſitus in *b* ſecundùm *ba* ita ſit ad impetum ex quiete acquirendum ab *b* in *d*, vt quædam *br*, perpendicularis ipſi *bd*, ad eam diſtantiam *bd*. Iam, centro *d* & interuallo *dr*, quadrans circuli fiat *dac*. Dico graue illud peruenturum vſque



ad

(a) *cor. 1. poſt 13. noſtri tertij.*

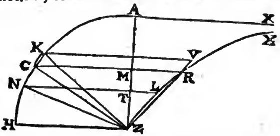
ad verticem *a*. Nam impetus ex quiete acquirendus ab *a* in *b* ita eſt ad impetum ex quiete (a) acquirendum ab *a* in *d*, vt *br* ad *dc*: impetus autem ex quiete acquirendus ab *a* in *d*, ita eſt ad impetum ex quiete acquirendum (b) ab *b* in *d*, vt *ad*, ſiue *dc*, ad *bd*. Igitur, ex æquo, impetus ex quiete acquirendus ab *a* in *b*, ita eſt ad impetum ex quiete acquirendum ab *b* in *d*, vt *br* ad *bd*. Itaque impetus ex quiete acquirendus ab *a* in *b* æqualis eſt illi, qui poſitus fuit in *b* ſecundùm directionem *ba*. Quare, per præcedentem, perueniet graue ab *b* vſque ad verticem *a*. Quòd ſi punctum *b* idem ipſum ſit aliquod centrum grauium, ſatis vtique patet intentum ex prædictis. Quare conſtat propoſitum.



PROPOSITIO QVINTA.

Figura reciproca quadrantis circuli eſt dupla eiuſdem.

ESto quadrans circularis *zba*, cuius centrum *z*. Intelligatur etiam conſtituta talis curua *zx*; ad quam ſi à duobus quibuſuis punctis *c*, & *n* arcus circularis *ab* ordinatim applicentur *cr*, *nl* parallelæ ipſi *bz*, & occurrentes radio *az* in *m* & *t*, ita ſit ſemper ordinata *cr* ad ordinatam *nl*, vt reciprocè ſinus *nt* ad



(a) 2. *huius*. (b) 3. *huius*.

ad ſinum *cm*. Conſtat primò ita fore ordinatam *cr* ad ordinatam *bz*, vt reciprocè ſinus totus *bz* ad ſinum *cm*. Conſtat ſecundò, quod *ax*, à puncto *a* ordinata, ſemper quidem accedet, ſed nunquam tamen occurret prædictæ curuæ *zx*. Itaque figuram ipsâ *zb*, arcu circulari *ba*, aſymptoto *ax*, & eâ curuâ *zx* comprehenſam, quadrantis circularis reciprocam appellamus, duplamque dicimus ipſius quadrantis *zba*.

Iungantur *zc*, *zr*. Quoniam igitur ita eſt *cr* ad *bz*, vt *bz* ad *cm*; rectangulum *rcm* æquale erit quadrato *bz*, ſeu *cz*, hoc eſt quadratis *cm*, *mz*. Eſt autem rectangulum *rcm* æquale quadrato *cm*, & rectangulo *cmr*: igitur, dempto communi quadrato *cm*, rectangulum *cmr* æquale erit quadrato *mz*. Quare angulus *czr* eſt rectus; atque adeò tangens, à puncto *c* excitata, parallela erit ipſi *zr*. Porrò, à quodam puncto *k* tangentis *ck* ad partes puncti *a* conuergentis, ducatur *ku* parallela ipſi *cr*, & occurrens *zr* protractę in *u*. Erit parallelogrammum *ckur* duplum trianguli *ckz*, cùm ea conſtituta ſint ſuper eadem baſi *ck*, & inter eaſdem parallelas *ck*, *zu*. Manebit autem prędicta ratio, etiamſi tangens *ck*, ipſique ęqualis ac parallela *ru*, infinitæ paruitatis ſtatuantur. Atque ita ſemper, ſi ab omnibus punctis arcus circularis *ab* excitari concipiantur tangentes infinitæ paruitatis, ſuperque earum ſingulis, & inter eaſdem parallelas, conſtitui prædicto modo ſua parallelogramma, ac triangula. Porrò conſtat, quòd figura *zbaxz* æquabitur omnibus illis parallelogrammis, & quadrans circularis *zba* omnibus illis triangulis; nimirum propter infinitam paruitatem exceſſuum ac defectuum. Igitur figura *zbaxz* ita erit ad quadrantem circularem *zba*, vt vnum parallelogrammum ad vnum triangulum correſpondens, nimirum erit eiuſdem dupla. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Pari ratione oſtendetur, quòd portio *rcaxr* dupla eſt ſectoris *zca*, vbilibet in arcu circulari *ab* ſumptum fuerit ipſum

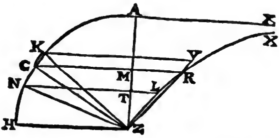
S ſum

ſum punctum *c*. Quare ita erit integra figura *z b a x z* ad portionem *r c a x r*, vt quadrans circularis *z b a* ad ſectorem *z c a*, ſiue vt arcus *a b* ad arcum *a c*. Similiter, iunctâ *z n*, ita erit portio *l n a x l* ad portionem *r c a x r*, vt arcus *a n* ad arcum *a c*.

Simili fere ratiocinio demonſtratum id leges à P. D. Guidone Grando, geometra præſtantiſſimo, in ſuis Hugenianis.

PROPOSITIO SEXTA.

Tempora totalia deſcenſus grauium ex quiete versùs centrum proportionalia ſunt arcubus quadrantis circuli, cuius ſemiaxis ſit recta iungens ipſum centrum cum puncto illo ſpatij, vnde ex quiete cœpit graue deſcendere.



Manente figurâ præcedentis propoſitionis, ſit *z* centrum aliquod grauium, ad quod per *a z* deſcendere ex quiete intelligatur quoddam graue *a*. Deſignentur in radio *a z* duo quęlibet puncta *t*, & *m*, vnde ad arcum circularem *a h* ordinatæ ſunt ipſæ *t n*, *m c*. Dico ita eſſe inter ſe tempora totalia ex quiete ab *a* in *z*, ab *a* in *t*, ab *a* in *m*, vt arcus circulares correſpondentes *a b*, *a n*, *a c*. Quoniam enim impetus totalis in *t* ita eſt ad impetum (a) totalem in *m*, vt ſinus *t n* ad ſinum *m c*: ſi partes infiniteſimæ ſpatij *t*, & *m* fuerint inter ſe æquales, ita erit mora ſingularis in *t* ad moram (b) ſingularem in *m*, vt reciprocè ſinus

m c

(a) 2. *huius*. (b) *pranot. 6. noſtri tertij, & 4. noſtri primi.*

mc ad ſinum *tn*; nimirum, ex naturâ curuæ *zx*, vt directè ordinata *nl* ad ordinatam *cr*. Atque ita ſemper, vbiuis in radio *az* ſumpta fuerint ipſa puncta *t* & *m*. Igitur ordinatim applicatæ ab arcu circulari *ab* ad eam curuam *zx* repræſentant moras ſingulares in ſingulis æqualibus infinitesimis partibus radij *az*, in quas nempe occurrunt ipſæ ordinatæ. Quare integra figura *zbaxz*, & portiones *lnaxl*, *rcaxr* repræſentabunt tempora totalia ex quiete ab *a* in *z*, ab *a* in *t*, ab *a* in *m*; quæ propterea ita erunt inter ſe, vt prædicta integra figura, eiusque portiones, nimirum vt arcus (a) circulares *ab*, *an*, *ac*. Quod erat &c.

COROLLARIVM.

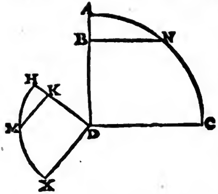
Conſtat autem eandem rationem ſubſiſtere, ſi graue aliquod proijci intelligatur à centro *z* ſecundùm aliquam directionem *za*, tanto videlicet impetu, quantus eſt acquirendus ex quiete ab *a* in *z* ſecundùm directionem *az*. Oſtenſum (b) enim iam eſt, quòd recta *za* æqualibus vbique reſpectiuè impetibus recurretur, nimirum proportionalibus ordinatim applicatis in ipſo quadrante circuli *zba*. Igitur æquali itidem tempore (c) recurretur, ſeu tota *za*, ſeu quælibet eius deſignabilis portio; atque adeò tempora totalia aſcenſus ſurſum repræſentabuntur ſimiliter ab arcubus circularibus correſpondentibus.

PROPOSITIO SEPTIMA.

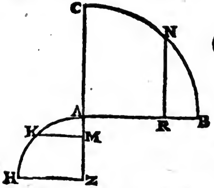
Grauia à qualibet diſtantiâ æquali tempore perueniunt ex quiete ad centrum commune, & ad quoduis centrum particulare.

Reſumptâ figurâ propoſitionis tertiæ; conſtat ex eius corollario, quòd impetus ex quiete aggregatus ex *a* in *b* ita eſt ad impetum ex quiete aggregatum ex *b* in *k*, vt ordinata

(a) *cor. præc.* (b) 4. *huius.* (c) *prænot.* 4. *noſtri tertij.*



b n ad ordinatam *k m*. Quare, ſi *b* talis fuerit portio infiniteſima ipſius *a d*, qualis eſt *k* ipſius *b d*; atque adeò infiniteſima *b* ita fuerit ad infiniteſimam *k*, vt *a d* ad *b d*, hoc eſt (exiſtentibus *a d*, *b d* ſimiliter diuiſis in *b*,& *k*) vt ordinata *b n* ad ordinatam *k m*, ſiue, vt impetus totalis in *b* ad impetum totalem in k: patet ſanè (a) æquales fore moras infiniteſimas temporis in *b*, & in *k*. Atque ita de aliis infiniteſimis ſimilibus, & correſpondentibus; quæ quidem in vtroque radio æquales multitudine ſunt, ipſoſque radios omnino adæquant. Igitur tempus totale deſcenſus ex quiete ex *a* in *d* æquale eſt tempori totali deſcenſus ex quiete ex *b* in *d*. At diſtantiæ *a d*, *b d* deſignatæ ſunt pro quibuſlibet diſtantiis; atque item punctum *d* ſumptum eſt pro quouis centro grauium, imò etiam venire poteſt tanquam duplex centrum diſtinctum. Itaque grauia à qualibet diſtantiâ æquali tempore ex quiete perueniunt ad centrum commune, & ad quoduis centrum particulare. Quod erat demonſtrandum.



COROLLARIVM I.

QVare, exiſtente *z* centro communi grauium, & angulo *b a z* recto, ſi graue *a* proiiciatur ſecundùm *a b*, perueniet ſupra planum *a b* ad ſummam ſuam altitudinem, vt *a b*, æquali ipſo tempore, quo ex quiete deſcenderet ex *a* in *z*. Nam tempus, in quo aſcendit ad ſummam

(a) *prænot. 6. noſtri tertii, & 3. noſtri primi.*

Digitized by Google

mam altitudinem *a b*, æquale eſt illi, in quo deſcenderet (a) ex quiete ab eadem altitudine vſque ad centrum *a*; atque adeò (per præcedentem) illi etiam æquale, in quo deſcenderet ex quiete ex *a* in centrum commune *z*.

COROLLARIVM II.

PRæterea ſumma ipſa altitudo *a b* ita erit ad *a z*, vt impetus proiectionis ſecundùm *a b* ad impetum ex quiete agglomerandum ex *a* in *z*. Nam impetus ille proiectionis ſecundùm *a b* æqualis erit (b) impetui ex quiete acquirendo ex *b* in *a*. Hic autem impetus ex quiete acquirendus ex *b* in *a* ita ſe habet ad impetum ex quiete acquirendum ex *a* in *z*, vt (c) *a b* ad *a z*. Igitur conſtat intentum.

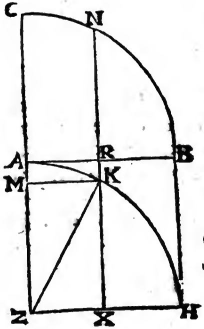
COROLLARIVM III.

HInc tandem; deſcriptis, centro *a*, & interuallis *a b*, *a z*, quadrantibus circuli *a b c*, *a z b*, deſignatisque arcubus ſimilibus *c n*, *a k*, atque ordinatis *n r*, *k m*; tempus ex *a* in *r* æquale erit tempori ex *a* in *m*. Nam tempus ex *a* in *m* ita eſt ad tempus ex *a* in *z*, vt (d) arcus *a k* ad arcum *a b*. Similiter tempus ex *a* in *r* ita eſt ad tempus ex *a* in *b*, vt (e) arcus *c n* ad arcum *c b*. Quare tempora ex *a* in *m*, & ex *a* in *r* erunt ſimiles portiones temporum totalium ex *a* in *z*, & ex *a* in *b*. Sunt autem inter ſe æqualia tempora iſta totalia (f) ex *a* in *z*, & ex *a* in *b*. Igitur æqualia etiam inter ſe ſunt tempora prædicta ex *a* in *m*, & ex *a* in *r*. Quod erat propoſitum.

PRO-

(a) *cor. poſt 6. huius*. (b) *cor. 2. poſt 4. huius*. (c) *3. huius*.
(d) *6. huius*. (e) *cor. poſt 6. huius*. (f) *cor. 1. prac.*

PROPOSITIO OCTAVA.



EXiſtente z *centro communi grauium, & angulo* b a z *recto; ſi graue* a *obtinere intelligatur ſecundùm* a b *impetum æqualem illi, quem acquireret in deſcenſu ex quiete per* a z *vſque ad ipſum centrum commune* z: *dico deſcriptum ſemper ab eo iri per infinitas reuolutiones circumferentiam circuli, cuius centrum* z, *radius autem* a z.

SVmptâ enim *a b* æquali ipſi *a z*, fiat centro *a*, & interuallo *a b* quadrans circuli *a b c*. Sit etiam radius *z h* ad angulos rectos ipſi *a z*, & iungatur *b h*. Denique, aſſumpto in *a b* quolibet puncto *r*, ordinatim applicetur *r n*, quæ protracta occurrat arcui *a h* in *k*, vnde ad *a z* ordinatim applicetur *k m*. Iam ſic. Conſtat primò, quòd graue *a*, æquali ipſo tempore deſcenſus ex quiete ab *a* in *z*, ex vi ſolius naturalis agglomerati impetus versùs centrum commune *z*, perfeciſſet (a) ipſam *a b* ex vi prædicti impetus ſecundùm *a b*, dum ſcilicet planum *a b* eius deſcenſui reſtitiſſet. Conſtat ſecundò, æquales fore & ſimiles arcus *c n*, *a k*. Quare, æquali ipſo tempore deſcenſus ab *a* in *m*, perfeciſſet (b) graue *a* ipſam *a r*. Igitur, æquali ipſo tempore deſcenſus ab *a* in *m*, perueniſſet graue *a*, ex vi motus compoſiti, in ipſum punctum *k*. Aſſumptum eſt autem punctum *r* pro quolibet puncto ipſius *a b*. Igitur graue *a*, ex vi motus compoſiti, deſcribet arcum *a h*. Perueniet autem in punctum *h* æquali ipſo tempore deſcenſus ab *a* in *z*, ſiue aſcenſus ab *a* in *b*. Atqui in puncto *b* eliſus (c) omnino fuiſſet impetus ſecundùm *a b*, nimirum per agglomeratos ſub-

(a) *cor.* 1., *&* 2. *præc.* (b) *cor.* 3. *præc.* (c) *cor.* 1. *poſt* 4. *huius*.

ſubnaſcentes impetus versùs centrum particulare *a*. Itaque in punĉto *b* ſolus aderit viuus impetus ſecundùm *a z*, ſeu *b h* ipſi parallelam, æqualis nempe illi, quem graue *a* acquiſiuiſſet in deſcenſu ex quiete ab *a* in *z*, ſiue illi, quem acquireret in deſcenſu ex quiete ab *b* in ipſum (a) centrum commune *z*. Quare, ſimili ratione, deſcribet à punĉto *b* alterum quadrantem eiuſdem circumferentiæ: atque ita ſucceſſiuè, donec redeat ad ipſum punĉtum *a*; vnde ſcilicet eiuſdem circumferentiæ deſcriptionem reſumet. Itaque deſcribetur ſemper à graui *a* per infinitas reuolutiones circumferentia circuli, cuius centrum *z*, radius autem *a z*. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO NONA.

Dico autem æquali ſemper impetu proceſſurum graue a *in deſcriptione prædiĉtæ circunferentiæ, quantus nempe eſt impetus ab initio poſitus ſecundùm* a b.

Reſumptâ enim eadem figurâ, protrahatur *n k* ad *z b* in *x*; & iungatur *z k*. Erit *n r* æqualis ipſi *k x*. Si ergo impetus ſecundùm *a b* ponatur ab initio, vt *c a*, erit impetus acquiſitus in deſcenſu ex quiete ab *a* in *z*, vt *z b*. Porrò in *r* impetus viuus ſecundùm *a b* erit (b) vt *n r*, hoc eſt *k x*: impetus autem ex quiete, acquiſitus ab *a* in *m* erit (c) vt *m k*. Itaque graue *a* obtinebit in *k* impetum *m* k ſecundùm direĉtionem k *x* parallelam ipſi *a z*, & impetum k*x* ſecundùm direĉtionem *m*k parallelam ipſi *a b*. Quare impetus compoſitus erit (d) vt *z* k, hoc eſt *z b*, ſiue *c a*, æqualis nempe impetui, qui ab initio poſitus fuit ſecundùm *a b*. Atqui punĉtum k ſumptum eſt pro quolibet punĉto arcus *a b*. Igitur arcus *a b*, atque adeò tota prædiĉti circuli circunferentia, deſcribitur æquali ſemper impetu à graui *a*, quantus nempe eſt impetus ab initio poſitus ſecundùm *a b*. Quod erat &c.

SCHO-

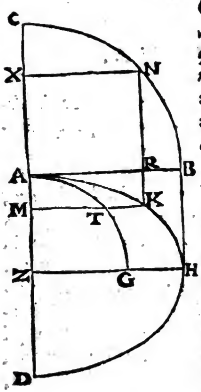
(a) 3. *huius*. (b) 4. *huius*. (c) 2. *huius*. (d) 26. *noſtri primi*.

Digitized by Google

SCHOLIVM.

CVm dicimus impetum compoſitum eſſe vt *zk*, aduerte exprimi dumtaxat eius quantitatem, non verò directionem, quæ ſumenda eſt ſecundùm tangentem, ductam ex puncto *k* versùs partes *h*, vt conſtat ex ipsâ demonſtratione.

PROPOSITIO DECIMA.



SIn verò impetus ab initio poſitus ſecundùm ab *ita ſit ad impetum ex quiete acquirendum ab* a *in* z, *vt* ab *maior, aut minor quàm* az, *ad ipſam* az: *dico deſcriptum ſemper iri à graui* a *per infinitas reuolutiones perimetrum ellypſeos, cuius vnus ſemiaxis ſit* za, *&* *alter ſit* zh *æqualis ipſi* ab.

CEntris enim *a*, & *z*, deſcribantur quadrantes circuli *abc*, *zag*. Aſſumpto autem in *ab* quolibet puncto *r*, ordinatim applicetur *rn*, quæ protracta occurrat in *k* cuidam in altero quadrante ordinatæ *mt*, quæ vtique abſcindat arcum *at* ſimilem arcui *cn*. Denique iungatur *bh*, demittaturque ad *ca* perpendicularis *nx*. Iam ſic. Conſtat primò, quòd graue *a*, æquali ipſo tempore deſcenſus ex quiete ab *a* in *z*, perfeciſſet (a) ipſam *ab*. Quare, æquali ipſo tempore deſcenſus ex quiete ab *a* in *z*, perueniet graue *a*, ex vi motus compoſiti, in punctum *b*. Conſtat ſecundò, quòd, æquali ipſo tempore deſcenſus ex quiete ab *a* in *m*, perfeciſſet (b) graue *a* ipſam *ar*. Quare, æquali ipſo tempore deſcen-

ſus

(a) *cor. 1. & 2. poſt 7. huius.* (b) *cor. 3. poſt 7. huius.*

ſus ex quiete ab *a* in *m*, perueniet graue *a*, ex vi motus compoſiti, in punctum *k*. Conſtat tertiò ita fore (propter ſimilitudinem arcuum) *z g* ad *m t*, vt *a b* ad *n x*, ſeu *z b* ad *m k*: atque ita ſemper, vbiuis ſumptum fuerit punctum *k* in lineâ, ex vi motus compoſiti, deſcriptâ. Igitur, cum ſemiaxis *z b* ita ſit ſemper ad ordinatam *m k*, vt, in quadrante circuli *z a g*, radius *z g* ad ordinatam *m t*; erit linea *a k b*, ex vi motus compoſiti deſcripta, quadrans curuæ ellypticæ, cuius vnus ſemiaxis eſt ipſa *z a*, & alter ſemiaxis eſt *z b*. Atqui in puncto *b* eliſus (a) omnino fuiſſet impetus ſecundùm *a b*, nimirum per agglomeratos ſubnaſcentes impetus verſus centrum particulare *a*. Itaque in puncto *b* ſolus aderit viuus impetus ſecundùm *a z*, aut *b h* ipſi parallelam, æqualis nempe illi, quem graue *a* acquiſiuiſſet in deſcenſu ex quiete ab *a* in *z*; qui propterea ita ſe habebit ad impetum ab initio poſitum ſecundùm *a b*, ſiue ad impetum ex quiete acquirendum ab *b* in *z*, vt *a z*, (b) ad *a b*, ſeu *b h* ad *h z*. Quare, ſimili ratione, deſcribet graue *a* alterum quadrantem curuæ ellypticæ, cuius nempe vnus ſemiaxis ſit ipſa *z b*, & alter ſit *z d* æqualis ipſi *b h*. Porrò autem ſatis conſtat, quòd quadrantes ellyptici *z b a*, *z b d* pertinent ad eandem ellypſin. Rurſum à puncto *d* proſequetur graue *a*, ob eandem rationem, deſcriptionem eiuſdem curuæ ellypticæ, donec redeat ad ipſum punctum *a*; vnde ſcilicet eiuſdem perimetri deſcriptionem reſumet. Itaque deſcribetur ſemper à graui *a* per infinitas reuolutiones perimeter ellypſeos, cuius vnus ſemiaxis ſit *z a*, & alter ſit *z b* æqualis ipſi *a b*. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

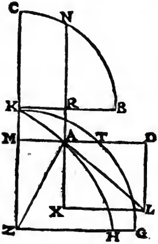
Hinc habes primò, quòd tempus integræ deſcriptionis perimetri circuli, aut ellypſeos, eſt quadruplum illius, quo omnia grauia à quacunque diſtantiâ peruenire intelliguntur ad centrum commune, aut particulare ipſorum grauium. Habes ſe-

(a) *cor. 1. poſt 4. huius*. (b) *3. huius*.

cundò, quòd in ſingulis reuolutionibus, quibus ellypſis deſcribitur, æqualem ſemper impetum compoſitum obtinet graue in punctis æquè diſtantibus à centro: maximum quidem in vertice axis minoris; minimum verò in vertice axis maioris: cæteros autem impetus in punctis intermedijs; minores quidem & minores à vertice axis minoris vſque ad verticem axis maioris; maiores autem & maiores à vertice axis maioris vſque ad verticem axis minoris. Quæ omnia facili ratiocinio colligi poſſunt ex prædictis.

PROPOSITIO VNDECIMA.

Exiſtente autem z *centro communi grauium, & angulo* l a z *acuto, vel obtuſo; ſi graue* a *obtinere intelligatur impetum ſecundùm* a l, *qui ita ſit ad impetum ex quiete acquirendum ab* a *in* z, *vt qualibet* a l *ad ipſam* a z: *dico deſcriptum ſemper ab eo iri per infinitas reuolutiones perimetrum ellypſeos infrà exponenda.*



Esto enim ellypſis *z k b*, ad cuius ſemiaxem *z k* perpendicularis ſit *k b* æqualis alteri ſemiaxi *z b*. Sint etiam, centris *k*, & *z*, quadrantes circuli *k b c*, *z k g*. Rurſum per *a* ordinetur *m t* in quadrante *z k g*, & *r n* in quadrante *k b c*. Denique in *m a*, & *n a* protractis ſumantur *a d* & *a x* æquales ipſis *r n*, *m t*. Si ergo poſita *a l* tangat ellypſin in *a*, ſitque diameter rectanguli ipſis *a d*, *a x* contenti: dico *z k b* quadrantem eſſe illius ellypſeos, cuius perimeter deſcribetur ſemper per infinitas reuolutiones ab ipſo graui *a*. Si enim prædictum graue conſtitutum ab initio intelligatur in *k* cum impetu ſecundùm *k b*, qui

ita

ita ſit ad impetum ex quiete acquirendum à *k* in *z*, vt *kb* ad k *z*, ſeu *c* k ad *zg*: conſtat vtique deſcriptum (a) ſemper ab eo iri per infinitas reuolutiones perimetrum ellypſeos, cuius vnus ſemiaxis ſit *z* k, & alter ſit *zb* æqualis ipſi k *b*. Dum autem graue perueniſſet à k in *a*, obtineret ibi (b) ſecundùm *ma* impetum vt *rn*, ſiue *ad*; & ſecundùm *na* impetum (c) vt *mt*, ſiue *ax*. Quare impetus compoſitus erit vt *al* ſecundùm ipſam contingentem *al*. Itaque obtinebit ibi ſecundùm eandem directionem *al* æqualem ipſum impetum, qui poſitus fuit pro hypotheſi huius propoſitionis. Nam impetus ſecundùm *al*, quem obtinet graue in *a* poſt deſcriptionem curuæ ellypticæ *ka*, ita eſt ad impetum ex quiete acquirendum à *k* in *z*, vt *al* ad *kz*, vt ſatis conſtat ex dictis: impetus autem ex quiete acquirendus à *k* in *z*, ita eſt ad impetum ex quiete acquirendum ab *a* in *z*, vt *kz* ad *az*. Igitur, ex æquo, impetus ille ſecundùm *al* ita eſt ad impetum ex quiete acquirendum ab *a* in *z*, vt *al* ad *az*: quod vtique pro hypotheſi huius propoſitionis poſitum fuerat. Porrò manifeſtum eſt, quòd graue *a* cum eo impetu ſecundùm *al* eandem curuam deſcribet, ſiue punctum *a* ſtatuatur initium motus, ſiue non. Igitur prædicta curua ellyptica deſcribetur ſemper per infinitas reuolutiones ab ipſo graui *a*. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM I.

SVpponere hic vniuerſim videmur, quòd in deſcriptione curuarum motus compoſitus ſit ſemper ſecundùm contingentes. Hoc autem opportuniùs demonſtratum inuenies in propoſit. 17. huius libri.

SCHOLIVM II.

QVod autem innuit P. Thomas Ceua in ſuâ Philoſophiâ nouo-antiquâ carmine exaratâ, diſſert. 4. motum videlicet proiectorum æternum quidem eſſe, ſed per circuitum ex qua-

T 2 tuor

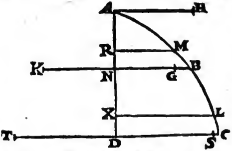
(a) *prop. præc.* (b) 4. *huius*. (c) 2. *huius*.

Digitized by Google

tuor ſegmentis parabolicis conſtitutum; id planè ſequitur ex ſyſtemate Galilei de motu vniformiter accelerato, cui tunc, ob tanti viri auctoritatem, mordicus adhærebat. Illud autem ſuperuacaneum eſt admonere; in eâ diſtantiâ, in quâ ſumus à centro communi; ſyſtema Galilei à ſyſtemate noſtro diſcerni ſenſu vix poſſe.

PROPOSITIO DVODECIMA.

Esto ſemiparabola, cuius diameter a d, *& latus rectum* a h. *Ordinatim applicentur* d c *maior, &* n b *minor. Dico ſumi poſſe in diametro* a d *duo puncta* x, *&* r, *tum æquè diſtantia à punctis* d, *&* n, *tum proximiora vertici quàm ipſa puncta* d, *&* n; *adeò vt, ordinatim applicatis* x l, r m, *ratio exceſſus ordinatæ* d c *ſupra ordinatam* x l, *ad exceſſum ordinatæ* n b *ſupra ordinatam* r m, *ſemper magis ſine vllo termino accedat ad æqualitatem cum ratione reciprocâ ipſius ordinatæ* n b *ad ordinatam* d c.



Exceſſus ipſius *dc* ſupra *xl* ſit *sc*; ipſius autem *nb* ſupra *rm* ſit *gb*. Rurſum ipſarum *dc*, *nb* duplæ ſint *tc*, k*b*. Iam ſic. Quoniam quadratum *dc* æquatur rectangulo *dah*, & quadratum *xl* rectangulo *xah*; exceſſus quadrati *dc* ſupra quadratum *xl* æquabitur rectangulo ex *dx* in *ah*. Similiter exceſſus quadrati *nb* ſupra quadratum *rm* æquabitur rectangulo ex *nr* in *ah*. Sunt autem æquales ipſæ *dx*, *nr*, & *ah* eſt communis. Igitur exceſſus quadrati *dc* ſupra quadratum *xl* æqualis eſt exceſſui quadrati *nb* ſupra quadratum *rm*. At rurſum exceſſus quadrati *dc* ſupra quadratum *xl* æquatur duplo rectangulo *csd*, & vni quadrato *sc*; ſiue, æquatur vni rectangulo *cst*: atque item, ſimi-

li

li ratione, exceſſus quadrati *nb* ſupra quadratum *rm* æquatur rectangulo *bgk*. Igitur æqualia inter ſe ſunt rectangula *cst*, *bgk*. Quare ita erit *sc* ad *gb*, vt reciprocè *kg* ad *ts*. Porrò autem, ſi puncta *x*, & *r* proximiora ſemper ſumantur ipſis *d*, & *n*; ratio *kg* ad *ts* ſemper magis ſine vllo termino accedet ad æqualitatem cum ratione ipſius *nb* ad *dc*: quandoquidem ipſæ *nb*, *dc* ſemper magis ſine vllo termino accedent, vt ſint æquales medietatibus prædictarum k*g*, *ts*, atque adeò in eadem cum ipſis ratione. Igitur, ſi puncta *x*, & *r* proximiora ſemper ſumantur ipſis *d*, & *n*; ratio *sc* ad *gb*, nimirum exceſſus ordinatæ *dc* ſupra ordinatam *xl*, ad exceſſum ordinatæ *n b* ſupra ordinatam *r m*, ſemper magis ſine vllo termino accedit ad æqualitatem cum ratione reciprocâ ipſius ordinatæ *nb* ad ordinatam *dc*. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Hinc, ordinatis in parabolâ duabus quibuſuis *dc*, *nb*; ratio infiniteſimæ, per quam *dc* excedit proximè ordinatam viciniorem vertici, ad infiniteſimam, per quam *nb* excedit proximè vniformiter ordinatam viciniorem vertici, æquatur rationi reciprocæ ipſius ordinatæ *nb* ad ordinatam *dc*. Quoniam enim ratio exceſſus ordinatæ *dc* ſupra ordinatam *xl* viciniorem vertici, ad exceſſum ordinatæ *nb* ſupra ordinatam *rm* viciniorem itidem vertici, ſemper magis ſine vllo termino accedit ad æqualitatem cum prędictâ ratione; conſequens planè eſt, vt in eam æqualitatem veniatur, dum ipſæ *xl*, *rm* fuerint omnino proximæ prædictis ordinatis *dc*, *nb*.

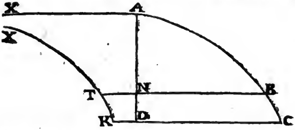
PROPOSITIO DECIMATERTIA.

SI quoddam graue hâc ratione deſcendere intelligatur versùs aliquod centrum, vt in ſingulis æqualibus temporibus æquales velocitatis gradus acquirat: ratio impetuum totalium, quos

graue

graue in deſcenſu obtinebit, æquabitur rationi directa ordinatim applicatarum in parabolâ, cuius diameter ſit recta iungens prædictum centrum cum puncto illo ſpatij, vnde ex quiete cœpit graue deſcendere.

ESto parabola, cuius diameter *a d*. Concipiatur graue *a* hâc ratione deſcendere ex quiete per *a d* versùs centrum *d*; ſiue iſtud ſit centrum commune grauium, ſiue particulare; vt in ſin-



gulis æqualibus infiniteſimis partibus temporis æquales velocitatis gradus acquirat versùs ipſum centrum *d*: aſſumptiſque in *a d* duobus quibuſuis punctis *d*, & *n*, ordinatim applicentur *d c*, *n b*. Dico impetum totalem aggregatum in *d*, ita fore ad impetum totalem aggregatum in *n*, vt ordinatim applicata *d c* ad ordinatim applicatam *n b*. Intelligatur enim ad alias partes conſtituta talis curua, ad quam protractis in *k*, & *t*, ipſis *c d*, *b n*, ratio *d k* ad *n t* æquetur rationi reciprocæ ipſius *n b* ad *d c*. Erit *d* k ad *n t*, vt infiniteſima, per quam *d c* excedit (a) proximè ordinatam viciniorem vertici, ad infiniteſimam, per quam *n b* excedit proximè vniformiter ordinatam viciniorem vertici. Atq; ita de cæteris ordinatim applicatis ad prædictam curuam. Porrò autem parallela ipſi *d k* ducatur *a x* versùs partes prædictæ curuæ; cui vtique nunquam occurret, vtcunque illa protrahi intelligatur. Quoniam igitur *n b* ordinatim applicata in parabolâ æqualis eſt omnibus ſimul infiniteſimis, per quas ordinatę omnes applicatę in parabolâ inter puncta *a*, & *n*, remotior quidem à vertice excedit alteram ſibi proximam vicinio-

(a) *cor. præc.*

viciniorem vertici, quemadmodum figura *xantx* aggregata concipitur ex omnibus ſimul ad ipſam curuam *xt* ordinatim applicatis inter puncta *a*, & *n*: quod quidem conſimiliter valet de *de* ordinatim applicatâ in parabolâ, ac de figurâ *xadkx*: conſequitur planè ità eſſe figuram *xadkx* ad figuram *xantx*, vt ordinatim applicata *de* ad ordinatim applicatam *ab*. Quare, ſi graue *a* ita ex quiete deſcendere intelligatur per *ad*, vt in ſingulis æqualibus infiniteſimis partibus ipſius *ad* acquirat impetus ſingulares proportionatos ordinatim applicatis ad prædictam curuam *x*k; ratio impetus acquiſiti in quadam parte ſpatij infiniteſimâ *d*, ad impetum acquiſitum in alterâ qualibet æquali parte ſpatij infiniteſimâ *n*, æquabitur rationi reciprocæ ipſius figuræ *xantx* ad figuram *xad*k*x*; hoc eſt, rationi reciprocę impetus totalis aggregati in *n* ad impetum totalem aggregatum in *d*: ſiquidem conſtat eas figuras proportionatas fore prædictis impetibus totalibus, cùm ipſæ ordinatim applicatæ, ex quibus omnibus eæ figuræ aggregatæ concipiuntur, proportionatæ ponantur impetibus ſingularibus ſucceſſiuè à graui *a* in ſuo deſcenſu acquiſitis. Vt autem impetus totalis in *n* ad impetum totalem in *d*; ita reciprocè mora (a) infiniteſima temporis in *d* ad moram infiniteſimam temporis in *n*. Igitur impetus acquiſitus in parte ſpatij infiniteſimâ *d* ita erit ad impetum acquiſitum in alterâ æquali parte ſpatij infiniteſimâ *n*, vt directè mora infiniteſima temporis in *d* ad moram infiniteſimam temporis in *n*. Atqui ratio iſta concipiendi nouos & nouos ſucceſſiuè impetus proportionatos temporibus, eadem ipſa eſt, quam pro hypotheſi ſtatuimus in titulo huius propoſitionis, quòd (b) nempe in ſingulis æqualibus temporibus ęquales velocitatis gradus à graui acquirantur. Igitur (ſtante hâc hypotheſi) ratio impetus totalis aggregati in quolibet puncto *d*, ad impetum aggregatum in quolibet altero puncto *n*, æquabitur rationi directæ figurarum *xad*k*x*, *xantx*, hoc eſt ipſarum *de*, *nb* ordinatarum in parabolâ. Quod erat &c.

SCHO-

(a) 4. *noſtri primi.* (b) *pranot.* 1. *huius.*

SCHOLIVM.

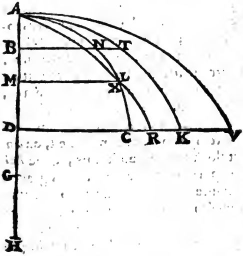
Atque hic rurſum locum habet obſeruatio ſimilis illi, quam potes, ſi placet, recolere in ſcholio poſt ſecundam huius.

ADMONITIO.

Rationem prædictam augendi impetus deorſum appellabimus in poſterum hypotheſin Galilæanam.

PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

Esto quadrans circuli d a c, *cuius centrum* d. *Sint etiam duæ ſemiparabolæ, quarum axis* a d; *vna* d a k, *altera* d a r. *Porrò* d r *ſit minor ipsâ* d k; *ipſa verò* d k *poſſit duplum quadratum ipſius* d c. *Dico lineam parabolicam* a k *cadere totum extra quadrantem circuli, ſed non etiam lineam parabolicam* a r.



Nam, ſumptâ *a b* duplâ ipſius *d a*, ſeu *d c*, quadratum ordinatæ *d k* æquale erit duplo quadrato *d c*, ſiue vni rectangulo *d a b*; atque adeò *a b* erit latus rectum parabolæ *d a k*. Iam à quolibet puncto *b* ipſius *a d* ordinetur in circulo ipſa *b n*; & *b t* in parabolâ *d a* k. Conſtat *b t* maiorem fore quàm *b n*; ſiquidem quadratum *b t* æquale

erit

erit rectangulo *b a b*, cùm quadratum *b n* æquale ſit minori rectangulo *a b b*. Atque ita de quibuſuis alijs ordinatim applicatis ab eodem puncto axis *a d*. Igitur linea parabolica *a k* cadit tota extra quadrantem circuli. Quod erat priore loco demonſtrandum.

Iam verò, lineam alteram parabolicam *a r* non cadere totam extra quadrantem circuli, ſi punctum *r* incidat in punctum *c*, aut inter puncta *c* & *d*, res eſt ex ſe ſatis perſpicua. Itaque punctum *r* ſitum ſit inter puncta *c*, & *k*. Latus autem rectum parabolæ *d a r* ſit quædam *a g*, quæ minor quidem erit ipſâ *a b*, ſed maior ipſâ *a d*. Porrò autem ſumatur in *a d* quędam *a m* æqualis ipſi *g b*; & ordinentur, in circulo quidem *m x*; & *m l* in parabolâ. Conſtat eandem ipſam rectam fore *m x*, & *m l*. Nam quadratum ipſius *m x* ordinatæ in circulo æquatur rectangulo *a m b*: quadratum autem ipſius *m l* ordinatæ in parabolâ æquatur rectangulo *m a g*, ſiue *a m b*, propter æqualitatem ipſarum *a m*, *g b*. Igitur æquales inter ſe ſunt ipſæ *m x*, *m l*. Sunt etiam ad angulos rectos ipſi *a d* ab eodem puncto *m* excitatæ. Quare eadem ipſa eſt recta *m x*, atque *m l*; ac propterea linea parabolica *d a r* non cadit tota extra quadrantem circuli. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

COROLLARIVM I.

HInc; ſtante communi axe *a d*, ſi fiat quædam parabola *d a u*, cuius latus rectum maius ſit quàm dupla ipſius *a d*, poterit alia quædam linea parabolica, nimirum ipſa *a* k, ſecare angulum contentum ſub eâ curuâ parabolicâ *a u*, & circuli circunferentiâ *a c*. Quemadmodum, datâ parabolâ *d a r*, cuius latus rectum minus eſt quàm dupla ipſius *a d*, duci poteſt quædam alia curua parabolica ſecans circunferentiam circuli inter puncta *a*, & *x*, atque adeò ſecans etiam angulum contentum ſub curuâ parabolicâ *a r*, & circuli circunferentiâ *a c*. Quare ſolius parabolæ *d a* k, cuius latus rectum æquatur duplæ ipſius

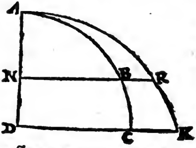
radij *a d*, proprium id eſt, vt ſtante eo communi axe *a d*, nullæ alia linea parabolica ſecare poſſit angulum contentum ſub ipsâ lineâ parabolicâ *a* k, & circuli circumferentiâ *a e*.

COROLLARIVM II.

Hinc rurſum fit, quòd infiniteſima ordinatim applicata in circulo ab ipſo vertice *a*, eadem ipſa ordinatim applicata intelligatur in parabolâ *d a* k. Cuius rei vlterior adhuc, ac facilior ratio reddi poteſt; quia nempe rectangulum, cui æquatur quadratum infiniteſimæ ordinatæ in circulo ab ipſo vertice *a*, deficit à rectangulo, cui æquatur quadratum infiniteſimæ ordinatæ in parabolâ *d a* k ab eodem vertice *a*, per quadratum communis ſagittulæ inter verticem *a*, & eas ordinatas interiectæ. Hic autem defectus tanquam nullus habetur apud geometras. Iraque illæ ordinatæ haberi debent tanquam æquales, imò tanquam vnica eademque ipſa ordinata. Quod quidem non valere, ſi aſſumatur alia parabola, cuius latus, rectum maius ſit, aut minus quàm dupla ipſius radij *a d*, ſatis patebit conſideranti.

PROPOSITIO DECIMAQVINTA.

SI graue a *deſcendere intelligatur ex quiete per* a d *vſque ad ipſum centrum* d; *primâ quidem vice iuxta noſtram hypotheſin; tum etiam alterâ vice iuxta hypotheſin Galilæanam; ratio impetuum totalium, quos graue* a *obtinebit in qualibet eadem infiniteſimâ ſpatij parte, æquabitur rationi ordinatæ in quadrante circuli* d a c, *cuius centrum* d, *ad ordinatam in ſemiparabolâ* d a k, *cuius latus rectum æquetur duplæ ipſius radij* a d, *qui idem axis ſit eiuſdem parabolæ* d a *k*.



Aſſumpto

Digitized by Google

ASſumpto enim in *a d* quolibet puncto *n*, ordinetur *n b* in circulo, & *n r* in parabolâ. Dico ita eſſe impetum totalem aggregatum in *n* in deſcenſu ex quiete per *a n* iuxta noſtram hypotheſin, ad impetum totalem ibidem aggregatum in deſcenſu per *an* iuxta hypotheſin Galilæanam, vt ordinata *n b* ad ordinatam *n r*. Nam impetus acquiſitus in primâ infiniteſimâ *a* iuxta noſtram hypotheſin, eſt æqualis impetui acquiſito in eadem primâ infiniteſimâ *a* iuxta hypotheſin (a) Galilæanam. Eſt etiam infiniteſima ordinata in circulo ab ipſo vertice *a* æqualis infiniteſimæ (b) ordinatæ in eâ parabolâ *d a k* ab eodem vertice *a*. Igitur ordinatim applicatæ in circulo, & in eâ parabolâ *d a k* ab ipſo vertice *a*, proportionantur impetibus iuxta duplicem hypotheſin acquiſitis in primâ infiniteſimâ *a*. At verò, ſi infiniteſima ordinata in circulo ab ipſo vertice *a* repræſentare ſtatuitur impetum acquiſitum iuxta noſtram hypotheſin in ipſâ primâ infiniteſimâ *a*; etiam *n b* ordinata (c) in eodem circulo repræſentabit impetum totalem aggregatum in *n* in deſcenſu ex quiete per *a n* iuxta noſtram hypotheſin. Similiter autem, ſi infiniteſima ordinata in parabolâ ab eodem vertice *a* repræſentare ſtatuitur impetum acquiſitum iuxta hypotheſin Galilæanam in eadem primâ infiniteſimâ *a*; etiam *n r* ordinata (d) in eadem parabolâ repræſentabit impetum totalem aggregatum in *n* in deſcenſu ex quiete per *a n* iuxta hypotheſin Galilæanam. Igitur, ſi *n b* repræſentare ſtatuitur impetum totalem aggregatum in *n* iuxta noſtram hypotheſin, ſimiliter *n r* repræſentabit impetum totalem ibidem aggregatum iuxta hypotheſin Galilæanam. Quare ita erit impetus totalis aggregatus in *n* in deſcenſu ex quiete per *a n* iuxta noſtram hypotheſin, ad impetum totalem ibidem aggregatum in deſcenſu ex quiete per *a n* iuxta hypotheſin Galilæanam, vt *n b* ordinata in circulo ad *n r* ordinatam in eâ parabolâ *d a k*. Quod erat demonſtrandum.

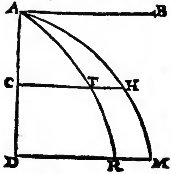
(a) *prænot. 2. huius*. (b) *cor. 2. præc.* (c) *2. huius*. (d) *13. huius*.

COROLLARIVM.

QVare impetus totalis aggregatus in centro *d* in deſcenſu ex quiete per *a d* iuxta noſtram hypotheſin, ita erit ad impetum totalem ibidem aggregatum in deſcenſu ex quiete per *a d* iuxta hypotheſin Galilæanam, vt *d c* ordinata in circulo ad *d*k ordinatam in eâ parabolâ *d a* k, nimirum vt quædam recta ad aliam potentem duplum eiuſdem quadratum.

PROPOSITIO DECIMASEXTA.

E*Xiſtente* d *centro aliquo grauium, & angulo* b a d *recto; ſi graue quodpiam* a *deſcendere intelligatur ex quiete ſecundùm parallelas ipſi* a d; *primâ quidem vice motu accelerato iuxta hypotheſin Galilaanam; tum etiam alterâ vice motu accelerato iuxta noſtram hypotheſin; dum interim ipſum graue* a *aquali in vtraque hypotheſi, eoque ſemper aquabili impetu fertur ſecundùm parallelas ipſi* a b: *deſcribet vtiq; motu compoſito duas curuas, vt* a r *iuxta hypotheſin Galilaanam, &* a m *iuxta noſtram; ad quas ſi à duobus quibusuis punctis* d, *&* c *ipſius axis* a d *ordinentur* d r m, c t h: *Dico ita fore inter ſe rectas* d r, c t, d m, c h, *quomodolibet comparatas, vt tempora correſpondentia ex* a *in* d, *& ex* a *in* c *iuxta hypotheſin Galilaanam; atque item ex* a *in* d, *& ex* a *in* c *iuxta noſtram hypotheſin. Rurſum curua* a r *erit parabolica.*



ET prior quidem pars ſatis ex ſe manifeſta videtur. Quoniam enim graue *a* æquali in vtraque hypotheſi, eoque ſemper æquabili impetu fertur ſecundùm parallelas prædictæ *a b*; conſe-

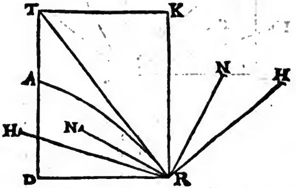
quens

quens planè eſt (*ex 2. noſtri primi*) vt rectæ *dr*, *ct*, *dm*, *cb* quomodolibet comparatæ, proportionales ſint temporibus, in quibus eæ percurri intelliguntur, nimirum temporibus correſpondentibus ex *a* in *d*, & ex *a* in *c* iuxta hypotheſin Galilæanam; atque item ex *a* in *d*, & ex *a* in *c* iuxta noſtram hypotheſin. Quod erat priore loco propoſitum.

Poſterior autem pars ita euincitur. Nam impetus aggregati ex *a* in *d*, & ex *a* in *c* iuxta hypotheſin Galilæanam, proportionales ſunt temporibus correſpondentibus, nimirum (ex priore parte huius propoſitionis) ipſis rectis *dr*, *ct*. Illi autem ſunt inter ſe, vt rectæ ordinatæ in parabolâ à punctis *d*, & *c* ipſius (a) axis *ad*. Igitur prædictæ rectæ *dr*, *ct* ſunt ordinatæ in parabolâ, cuius nempe axis *ad*. Quamobrem curua *ar* eſt parabolica. Quod erat poſteriore loco demonſtrandum.

PROPOSITIO DECIMASEPTIMA.

E*Sto figura curua* d a r, *quam tangat in quolibet puncto* r *quadam* r t, *occurrens ipſi* d a *protracta in* t. *Sit etiam re-*

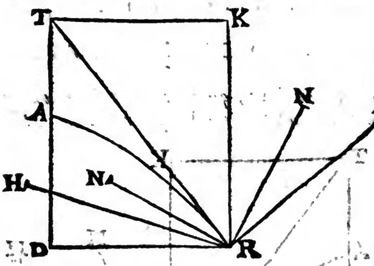


ctus angulus a d r. *Rurſum intelligatur curua* a r *deſcribi ex duobus motibus; vno ſecundùm* a d, *vel eidem parallelas; altero ſecun-*

(a) 13. *huius*.

ſecundùm d r, *ſiue ipſi parallelas, acceleratis, aut retardatis in decurſu, ſiue vtroque, ſiue vno tantùm; prout nimirum pati poterit ipſius propoſitæ curuæ natura. Dico primò impetum compoſitum in* r *fore ſecundùm contingentem* t r. *Dico ſecundò ita fore in* r *impetum viuum componentem ſecundùm* d r, *ad impetum viuum componentem ſecundùm* a d, *vt ordinata* d r *ad ipſam* d t *interiectam nempe inter eam ordinatam* d r, *&* *contingentem* t r. *Atque ita quidem, etiamſi deſcriptio illius curuæ procedere intelligatur à puncto* r *versùs punctum* a, *inuersá nimirum prædictorum impetuum directione.*

CLaritatis gratiâ, conſiderabimus inuerſo modo deſcriptionem prædictę curuę, nimirum à puncto *r* versùs punctum *a*. Iam



verò, ſi fieri poteſt, motus compoſitus in *r* non ſit ſecundùm contingentem *r t*, ſed ſecundùm quandam ſecantem *r h*. Conſtat primò angulum miſtilineum *h r a* diuiſibilem fore per quandam aliam rectam *n r*, quæ & ipſa ſecans ſit prædictę curuę. Conſtat ſecundò, quòd, ſi graue quodpiam habere ponatur impetum aliquem ſecundùm *r h*, non inibit alteram viam, vt *r n*, niſi alius impetus ſecundùm quandam aliam directionem adiunctus intelligatur, qui vtrique rationem habeat non infinitè paruam ad eum impetum ſecundùm *r h*. Poteſt autem manifeſtum id eſſe ex propoſitione 25. noſtri

ſtri

ſtri libri primi. Conſtat tertiò, quòd impetus iſte nouus adiunctus eſſe debebit maior (dum tamen eadem directio retineatur) ſi maior fuerit ipſe angulus *brn*: Ex citatâ quippe propoſitione id etiam colligi facilè poteſt. Quare, cùm angulus miſtilineus *bra* maior ſit angulo rectilineo *brn*, fieri nequibit, vt graue citatum impetu quodam ſecundùm *rb* ineat viam ipſius curuæ *ra*, niſi prædicto impetui ſecundùm *rb* adiungi inibi intelligatur impetus alius ſecundùm quandam aliam directionem, qui rationem habeat non infinitè paruam ad eum impetum ſecundùm *rb*. Igitur talis impetus adiungi deberet in caſu noſtro. Hoc autem abſurdum eſt: Tunc enim motus compoſitus non foret ſecundùm *rb*, vt erat hypotheſis, ſed ſecundùm quandam aliam directionem facientem cum curuâ *ra* angulum minorem ipſo *bra*. Quoniam igitur motus compoſitus (intelligimus de adæquato) nequit eſſe ſecundùm vllam ſecantem, is erit omnino ſecundùm contingentem *rt*, quæ vtique efficit cum curuâ *ra* angulum minorem quolibet angulo rectilineo. Quòd autem ibi in *r* alius quidam impetus ſecundùm quandam aliam directionem adiungi intelligatur, negotium facere non poteſt; quoniam is impetus rationem infinitè paruam dicet ad prædictum impetum ſecundùm contingentem *rt*. Porrò autem, quod poſteriore loco demonſtrandum à nobis eſt, facilè vtique conſtat ex corollario propoſitionis 25. noſtri primi, adiunctâ obſeruatione factâ in definitione poſt 14. eiuſdem libri. Conſtat etiam hæc valere, ſeu deſcriptio illius curuæ procedat à puncto *r* verſùs *a*, ſiue incipiat à puncto *a* verſùs *r*, dum ſcilicet inuertatur impetuum directio. Itaque conſtant propoſita.

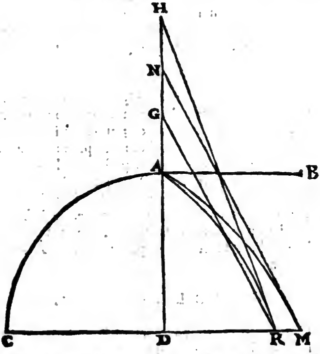
COROLLARIVM.

QVòd ſi impetus viuus componens in *r* ſecundùm *rd* ita ſe habeat ad impetum viuum componentem ſecundùm quandam *rk* parallelam & æqualem ipſi *dt*, vt *rd* ad *rk*; conſtabit è conuerſo iunctam *rt* fore contingentem. Nam motus compoſitus

poſitus erit ſecundùm diametrum *rt*. Igitur, per præcedentem, ipſa *rt* erit contingens. Idem porrò valet, inuerſâ impetuum directione, ſi ſpectetur deſcriptio illius curuæ à puncto *a* versùs punctum *r*.

PROPOSITIO DECIMAOCTAVA.

DAtâ ad eius extremum, quod non ſit vertex, tangente figuræ curuæ, cuius ordinatæ repræſentant tempora totalia in deſcenſu grauium ex quiete vſque ad centrum, iuxta noſtram hypotheſin, habetur quadratura circuli.



ESto figura curua *dam*, cuius ordinatæ ab axe *ad* repræſentent tempora totalia in deſcenſu ex quiete per *ad* vſque ad

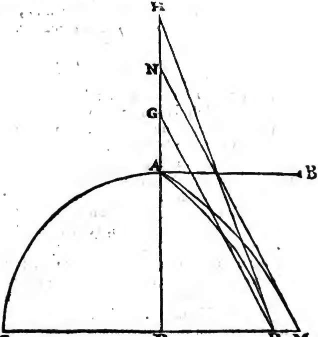
ad ipſum centrum *d*, iuxta noſtram hypotheſin. Data ſit etiam tangens *mn*, occurrens *da* protractæ in *n*. Dico rectam *dn* æqualem eſſe arcui quadrantis circuli *dac*, cuius centrum *d*.

Protractâ enim *da*, ſumatur *dg* media proportionalis inter *da*, & *db* duplam ipſius *da*. Tum ducatur *gr* parallela ipſi *nm*, & occurrens *dm* in *r*. Denique fiat parabola *dar*, cuius axis *ad*: Hanc tanget in *r* iuncta *hr*. Iam verò, curua parabolica *ar* intelligi poteſt deſcripta ex duplici motu, vno ſemper æquabili ſecundùm parallelas horizontali *ab*, & altero ſecundùm parallelas ipſi *ad*, naturaliter (a) accelerato iuxta hypotheſin Galilæanam. Similiter curua *am* intelligi poteſt deſcripta, ex vno quidem motu ſemper æquabili ſecundùm parallelas prædictæ horizontali *ab*, & altero ſecundùm parallelas eidem *ad*, naturaliter accelerato (b) iuxta noſtram hypotheſin. Porrò oſtendemus antea, impetum horizontalem in deſcriptione vnius curuæ æqualem eſſe impetui horizontali in deſcriptione alterius. Et quidem in deſcriptione curuæ parabolicæ *ar*, ita ſe habet in *r* impetus viuus componens ſecundùm *dr* parallelam horizontali *ab*, ad alterum impetum viuum (c) componentem, qui eſt ſecundùm parallelam ipſi *ad*, vt *dr* ad *dh*. Conſtat autem impetus iſtos viuos componentes, vnum quidem eſſe impetum ipſum horizontalem poſitum ſemper æquabilem in deſcriptione illius curuæ, alterum autem eſſe illum, qui ex quiete aggregari poſſe intelligitur ex *a* in *d* iuxta hypotheſin Galilæanam. Viuos, inquam, propter angulum (d) ſemper rectum vnius directionis ad alteram. Rurſum impetus ex quiete aggregandus ex *a* in *d* iuxta hypotheſin Galilæanam, ita ſe habet ad impetum ex quiete aggregandum ex *a* in *d* iuxta noſtram hypotheſin, vt recta *dg* ad quandam, quæ poſſit dimidium (e) ex eâ quadrati, nempe vt *dg* ad *da* (eſt enim quadratum mediæ proportionalis *dg* æquale rectangulo *hda*, hoc eſt duplo quadrato *da*) ſiue, vt *db* ad *dg*. Tandem, in deſcriptione curuæ *am*, ita ſe habet in *m* impetus

X viuus

(a) 16. *huius*. (b) 16. *huius*. (c) *prop. præc.* (d) *in def. poſt* 14. *noſtri primi*. (e) *cor. poſt* 15. *huius*.

viuus componens ſecundùm parallelam ipſi *a d*, ad alterum impetum viuum (a) componentem, qui eſt ſecundùm *d m* parallelam horizontali *a b*, vt *d n* ad *d m*, ſiue, vt *d g* ad *d r*. Atque hîc etiam ſimiliter conſtat, impetus iſtos viuos componentes, poſte-



riorem quidem eſſe impetum ipſum horizontalem poſitum ſemper æquabilem in deſcriptione curuæ *a m*; priorem autem eſſe illum, qui ex quiete aggregari poſſe intelligitur ex *a* in *d* iuxta noſtram hypotheſin. Igitur, ex æquo, impetus horizontalis ſemper æquabilis in deſcriptione curuæ parabolicæ *a r*, ita ſe habet ad impetum horizontalem ſemper æquabilem in deſcriptione curuæ *a m*, vt *d r* ad *d r*. Quare vnus impetus eſt alteri æqualis.

Bre-

(a) *prop. præc.*

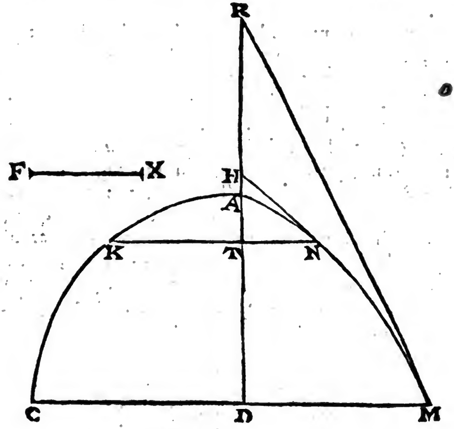
Breuiùs. In deſcriptione parabolæ, iuxta hypotheſin Galilæi, impetus componentes ſunt, vt *hd* ad *dr*. In deſcriptione autem noſtræ curuæ, iuxta noſtram hypotheſim, impetus componentes ſunt, vt *gd* ad *dr*. Cùm igitur oſtenſum ſit, impetus verticales in deſcriptione vtriusque curuæ eſſe, vt *hd* ad *gd*; etiam impetus horizontales erunt inuicem, vt *dr* ad *dr*; atque adeò æquales.

Quoniam igitur impetus horizontalis in deſcriptione vtriusque curuæ eſt, vt *dr*; eoque ſemper æquabili perficit graue *a* ipſam *dm*, æquali ipſo tempore deſcenſus ex *a* in *d* iuxta noſtram hypotheſin: conſequens planè eſt, vt graue *a* impetu quodam, vt *dg*, ſemper æquabili, perficere debeat, æquali prædicto tempore, rectam (a) æqualem ipſi *dn*. Atqui graue *a* impetu illo, vt *dg*, ſemper æquabili (quem vtique oſtendimus æqualem eſſe illi, qui ex quiete aggregari poſſe intelligitur ex *a* in *d* iuxta noſtram hypotheſin) perficeret, æquali prædicto tempore, arcum (b) quadrantis circuli *dac*. Itaque recta *dn* æqualis eſt arcui prædicto. Quare, datâ prædictâ tangente figuræ curuæ, cuius ordinatæ repræſentant tempora totalia in deſcenſu grauium iuxta noſtram hypotheſin, habetur quadratura circuli. Quod erat demonſtrandum.

(a) 3. *noſtri primi*. (b) 8. 9. *& cor. poſt* 10. *huius*.

PROPOSITIO DECIMANONA.

DAtâ, præterquam ad verticem, qualibet tangente prædictæ curua, habetur quadratura circuli.



REpetitâ enim, quantùm attinet ad præſens inſtitutum, figurâ præcedentis propoſitionis; data ſit quæuis tangens *n h*, occurrens *da* protractæ in *h*. Ordinetur *n t* ad axem *a d*; atque item *t k* ordinata ſit in quadrante circuli *d a c*, cuius centrum *d*. Tum fiat *h t* ad quandam *f x*, vt *t k* ad *d c*: ac rurſum, vt *t n* ad *d m*, ita *f x* ad quandam *d a r*. Dico iunctam *m r* fore contingentem. Quoniam enim curua *a m* intelligi poteſt deſcripta ex duplici motu, in præcedenti propoſitione explicato; æquales

inter

inter ſe erunt impetus in n, & m, ſecundùm ipſas horizontales tn, dm. Rurſum, ita erit in n impetus viuus componens ſecundùm horizontalem tn, ad alterum impetum viuum (a) componentem, qui eſt ſecundùm parallelam ipſi at, vt tn ad tb. Ille autem impetus, ſecundùm parallelam ipſi at, æqualis eſt illi, qui ex quiete aggregari poſſe intelligitur ex a in t iuxta noſtram hypotheſin. Præterea, ita eſt impetus ex quiete aggregandus ex a in t iuxta noſtram hypotheſin, ad impetum ex quiete aggregandum ex a in centrum d iuxta noſtram (b) hypotheſin, vt tk ad dc, ſiue, vt bt ad fx. Quare, exiſtente impetu horizontali, vt tn, impetus ex quiete aggregandus ex a in d iuxta noſtram hypotheſin erit, vt fx. Igitur, exiſtente eodem impetu horizontali, vt dm, prædictus impetus ex quiete aggregandus ex a in d iuxta noſtram hypotheſin erit, vt dr; cum ita poſuerimus fx ad dr, vt tn ad dm. Itaque mr eſt (c) tangens. Ex hâc autem tangente conſtat, per præcedentem, haberi quadraturam circuli. Quamobrem, datâ, præterquam ad verticem, qualibet tangente prædictæ curuæ, habetur quadratura circuli. Quod erat demonſtrandum.

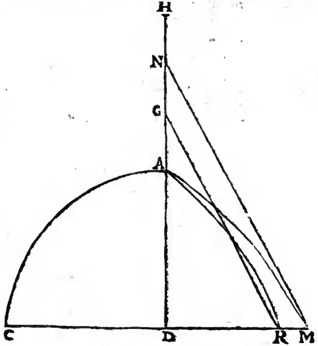
PRO-

(a) 17.*huius*. (b) 2.*huius*. (c) *cor.poſt* 17.*huius*.

Digitized by Google

PROPOSITIO VIGESIMA.

D*Atá in lineis rectis ratione temporis totalis in deſcenſu ex quiete ex* a *in centrum* d, *iuxta noſtram hypotheſin, ad tempus totale iuxta hypotheſin Galileanam, habetur qua-*



dratura circuli. Hæc autem ratio ſimilis eſt illi, quæ eſt arcus quadrantis circuli d a c *ad rectam potentem duplum quadratum ipſius radij* a d.

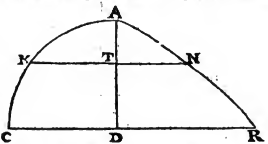
DAta ſit ratio prædicta, vt *d m* ad *d r*. Sit etiam *d r m* perpendicularis ipſi *a d*. Conſtat (*ex 2. noſtri primi*) impetu quodam ſemper æquabili percurri poſſe ipſas *d r*, *d m* in prædi-

ctis

ctis temporibus correſpondentibus. Quare intelligi poterunt deſcriptæ duæ curuæ ***a r***, ***a m***; quales exhibuimus in propoſitione 16. huius libri. Porrò, exiſtente ***d a b*** duplâ ipſius ***d a***, inter eas media proportionalis ſit ***d a g***. Iungatur ***r g***, cui parallela ſit ***m n*** occurrens ***d h*** in ***n***. Iam verò, ex deductis in propoſitione 18. huius libri, ſatis conſtare poteſt, quòd ***m n*** erit tangens. Igitur (ex eâdem prop.) recta ***d n*** æqualis erit arcui quadrantis circuli ***d a c***: vnde habetur quadratura circuli. Rurſum, ita eſt tempus totale ex ***a*** in centrum ***d*** iuxta noſtram hypotheſin, ad tempus totale ex ***a*** in idem centrum ***d*** iuxta hypotheſin Galilæanam, vt ***dm*** ad ***d r***, ſiue vt ***dn*** ad ***dg***, hoc eſt, vt arcus prædicti quadrantis circuli ad quandam rectam potentem duplum quadratum ipſius radij ***a d***. Quæ erant demonſtranda.

PROPOSITIO VIGESIMAPRIMA.

E*Sto quadrans circuli* d a c, *cuius centrum* d: *atque item parabola* d a r, *cuius latus rectum duplum ſit axis* a d. *Deſignetur in* a d *quoduis punctum* t, *à quo ordinentur* t k, t n,

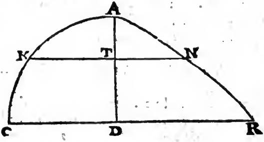


ad arcum a c, *&* *curuam* a r. *Dico primò ita fore impetum totalem ex quiete aggregatum ex* a *in* t *iuxta noſtram hypotheſin, ad impetum totalem ex quiete aggregatum ex* a *in* t *iuxta hypotheſin Galilaanam, vt ordinata* k t *ad ordinatam* t n. *Dico ſecundò ita fore tempus totale ex* a *in* t *iuxta noſtram hypotheſin, ad tempus totale ex* a *in* t *iuxta hypotheſin Galilaanam, vt ar-*

cus

cus k a *ad eam ordinatam* t n. *Vnde rurſum, datâ in lineis rectis ratione prædictorum temporum totalium, habetur quadratura circuli, dum tamen aliàs nota ſit longitudo* a d, *exiſtente* d *centro aliquo grauium*.

ET prima quidem pars congruit cum propoſitione 15. huius libri. Secunda autem ita euincitur. Nam tempora totalia ex quiete ex *a* in *t*, & ex *a* in centrum *d* iuxta noſtram hypotheſin, proportionalia ſunt (a) arcubus *ka*, *ca*. Rurſum tempora totalia ex quiete ex *a* in *d* iuxta noſtram hypotheſin, &



iuxta Galilæanam, proportionalia ſunt (b) arcui *ca*, & ordinatæ *dr*. Tandem tempora totalia ex quiete ex *a* in *d*, & ex *a* in *t* iuxta hypotheſin Galilæanam, proportionalia ſunt (c) ipſis ordinatis *dm*, *tn*. Igitur, ex æquo, tempus totale ex *a* in *t* iuxta noſtram hypotheſin, ita eſt ad tempus totale ex *a* in *t* iuxta hypotheſin Galilæanam, vt arcus *ka* ad eam ordinatam *tn*. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

Porrò, datâ in lineis rectis ratione poſtremorum horum temporum, habebitur vtique linea recta æqualis arcui *ka*: vnde habetur quadratura circuli. Quamobrem conſtant omnia propoſita.

FINIS.

(a) *6. huius*. (b) *prop. præs.* (c) *16. huius*.

VILLE DE LYON
Biblioth. du Palais des Arts

Digitized by Google

Digitized by Google